

# PRESENTATION DES ATELIERS DE COMPREHENSION DE PROBLEMES

L'objectif de Roma est de proposer un enseignement structuré de la résolution de problèmes pour faire progresser les élèves et modifier leur vision des mathématiques.

Trop souvent les élèves ne voient les mathématiques que comme une tâche utile uniquement à l'école.

La démarche de Roma vise à leur faire comprendre ce qu'ils vont apprendre à l'école, pourquoi ils doivent apprendre telle ou telle chose et pourquoi ce sera transférable et utile dans des situations de la vie courante (par exemple, par le biais des problèmes numériques).

# Apprendre à comprendre les problèmes mathématiques

**Dans les Ateliers de Compréhension de Problèmes (ACP) de Roma, dès le CP, l'objectif est de former les élèves à comprendre les problèmes mathématiques et à apprendre à les résoudre.**

La principale difficulté des élèves concerne l'aptitude à modéliser, soit à raisonner sur des éléments abstraits.

**Modéliser**, c'est, face à une situation concrète, être capable d'en extraire des informations en se référant à des connaissances de la vie quotidienne, d'en élaborer une interprétation puis une représentation opératoire dont le but est d'en permettre une traduction mathématique.

Souvent, notre enseignement passe trop rapidement du « manipuler » à l'abstraire ou bien laisse les élèves en difficulté trop longtemps dans le « manipuler ». Quand un élève est en réussite en manipulant mais qu'il n'est pas en capacité de passer à l'écriture mathématique abstraite, qu'est-ce qu'on lui propose ? Comment lui apprend-t-on à verbaliser, à simuler la situation, à se faire une image mentale, à reconnaître des points communs avec d'autres situations ?

Dans les ACP, les élèves vont beaucoup manipuler, travailler ensemble, s'aider, avoir une démarche active tout en étant invités à réfléchir sur leur action et à argumenter leurs choix avant de les traduire d'abord avec des schémas puis avec des écritures symboliques.

Pour accompagner l'élève vers l'abstraction, le travail mené avec et par l'enseignant pour construire ce cheminement est crucial : c'est tout l'enjeu des outils que propose Roma.

# Catégoriser ou établir des relations entre les données du problème

A l'école primaire, l'enseignement des nombres et du calcul est historiquement fondé sur des « problèmes arithmétiques », activités de raisonnement dont les données sont numériques et qui sont résolues par l'utilisation d'une ou plusieurs opérations. L'analogie étant un support d'apprentissage, l'élève doit s'affranchir des particularités des différentes situations pour en détecter les points communs. Il a besoin de regrouper les problèmes qui sont similaires en catégories afin de pouvoir ensuite s'y référer pour résoudre des situations nouvelles.

Or, le plus souvent, l'enfant identifie quatre catégories de problèmes en lien direct avec les opérations arithmétiques : ceux qu'on résout avec une addition, ou une soustraction, ou avec une multiplication ou encore par une division. Cependant, chaque opération arithmétique modélise des situations différentes et la perception, qu'un apprenant a des situations et des opérations qu'il leur applique, peut être biaisée par des propriétés non pertinentes sur le plan mathématique.

- l'addition est appréhendée par analogie avec la notion de gain, d'augmentation, d'accroissement
- la soustraction est presque toujours assimilée à une perte ou un retrait.
- la multiplication est associée à une itération ou une répétition d'une unité
- la division est confondue avec la notion de partage : diviser c'est découper en plusieurs morceaux.

Ces **analogies « naïves »** ont des conséquences au niveau de l'apprentissage de résolution de problèmes car elles interdisent de penser à certaines situations non « typiques » et pourtant fréquentes.

# Catégoriser : dépasser les analogies naïves

Par exemple, certains problèmes d'accroissement sont résolus avec une soustraction (**exemple 1**) pendant que des situations de retrait sont mathématiquement représentées par une addition (**exemple 2**). En ce qui concerne la multiplication, l'analogie avec une itération empêche de concevoir un produit de nombres décimaux (**exemple 3**) et l'analogie d'une division avec un partage défend de penser qu'on ne divise pas toujours le plus grand nombre par le plus petit (**exemple 4**) ou qu'un quotient peut être supérieur au dividende car diviser ne rend pas nécessairement plus petit.

**Exemple 1** : *Lola avait 5 billes en allant à l'école. Elle en gagne pendant la récréation et maintenant elle en a 9. Combien de billes a-t-elle gagnées ? (Solution la plus fréquente ▶  $5+9$  ; solution correcte ▶  $9-5 = 4$ )*

**Exemple 2** : *Lola avait des billes en allant à l'école. Elle en perd 4 pendant la récréation et maintenant elle en a 5. Combien avait-elle de billes avant la récréation ? (Solution la plus fréquente ▶  $5-4$  ; solution correcte ▶  $5+4=9$ )*

**Exemple 3** : *Si 1 kg de fruits coute 2,50€ combien coutent 3 kg de fruits ? (Majorité de réussites) mais si la question est « combien coute 0,23 kg ? » (Majorité d'erreurs)*

**Exemple 4** : *15 crayons coutent 3€. Combien coute chaque crayon ? (Solution la plus fréquente ▶  $15 : 3$  ; solution correcte ▶  $3 : 15 = 0,2$ )*

# Catégoriser : utiliser des situations de référence

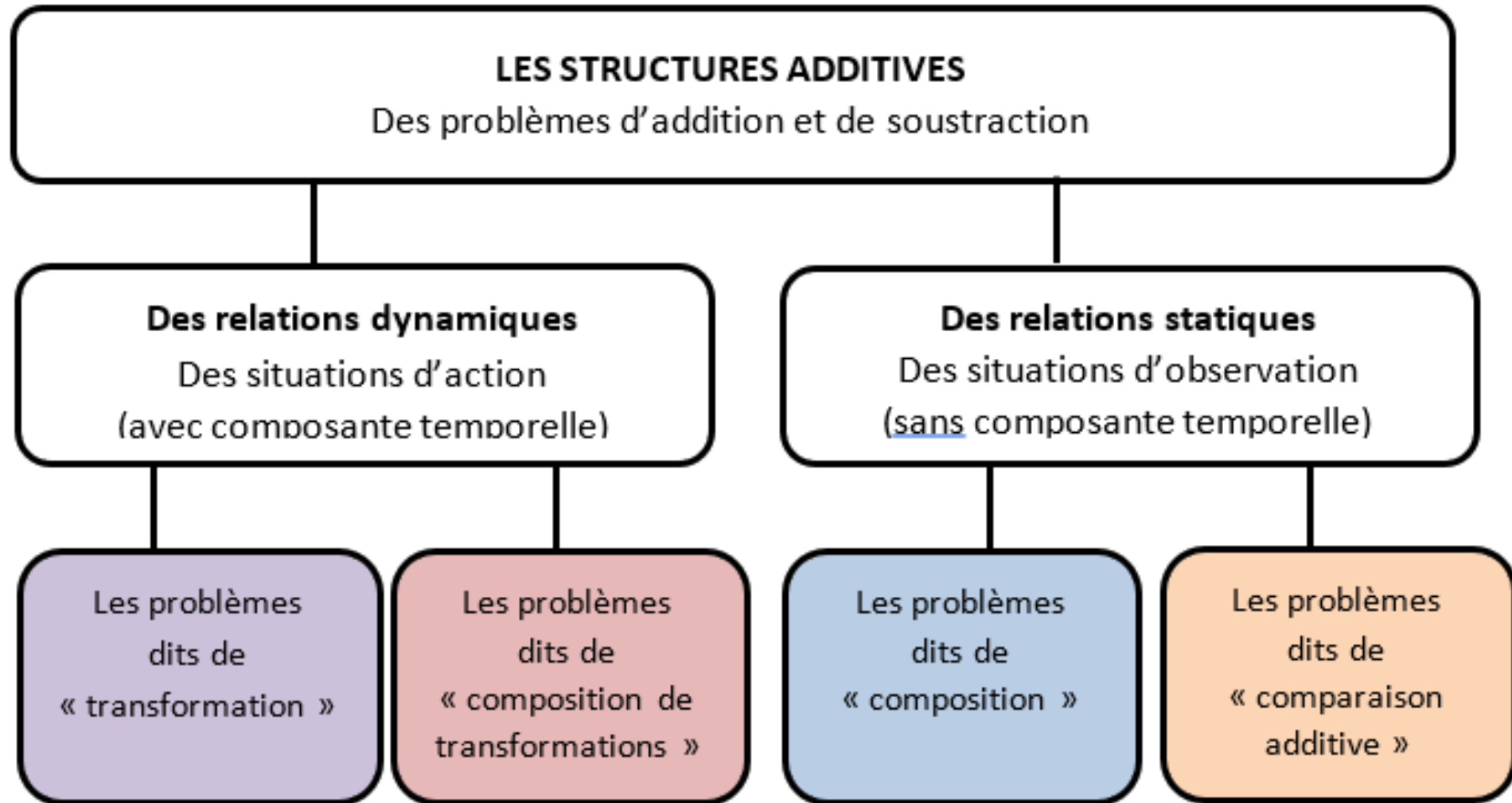
Les ACP de ROMA visent, entre autres, à faire prendre conscience aux apprenants des limites de ces analogies « naïves » en introduisant des analogies complémentaires qui pallient ces limites.

Ainsi, les ACP introduisent deux catégories de problèmes arithmétiques : **les structures dites additives et les structures dites multiplicatives.**

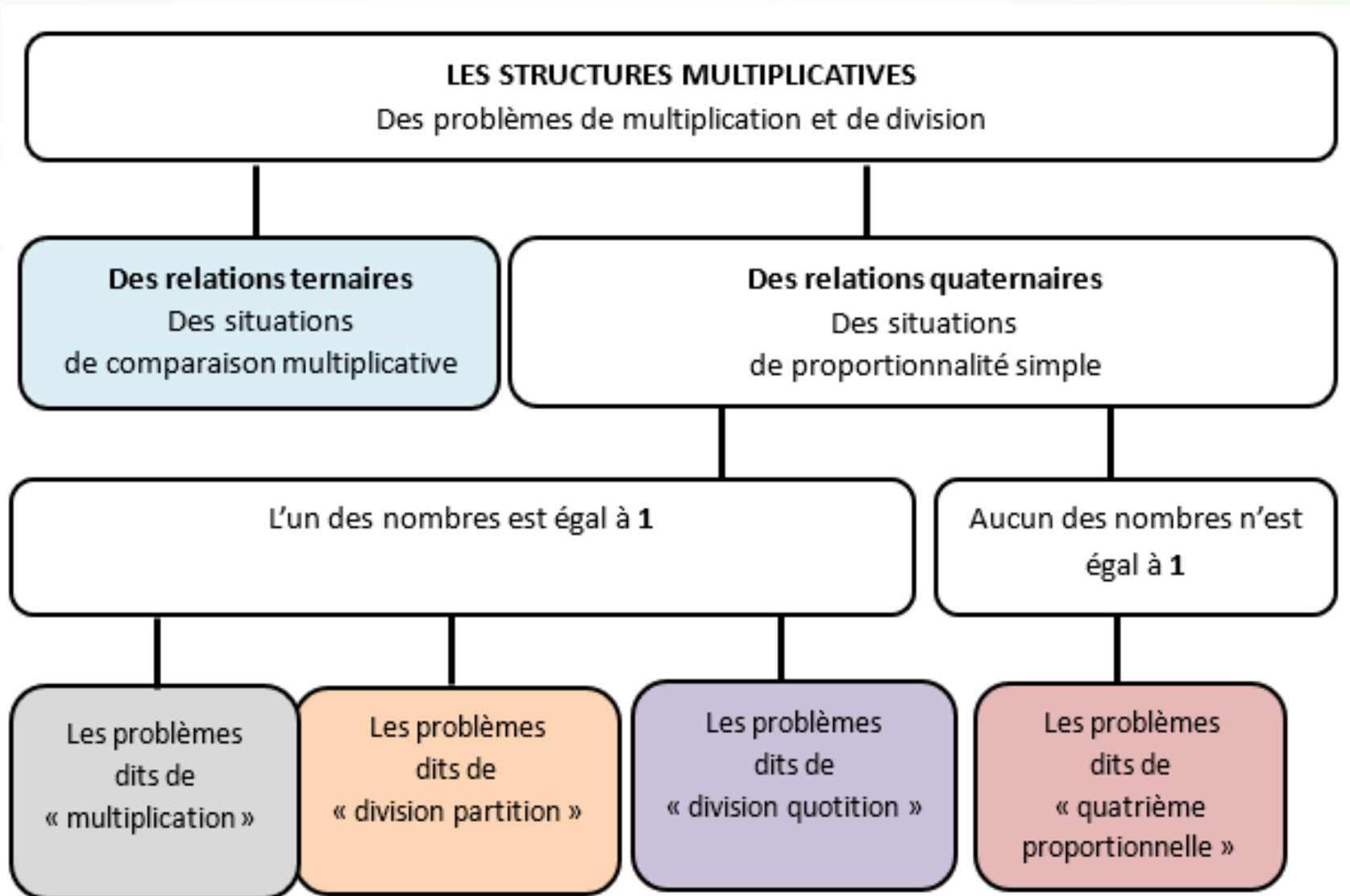
Face à un problème nouveau, en se reportant à des exemples-types étudiés dans les ateliers d'ACP, l'élève est invité à faire abstraction des différences pour en identifier les similitudes et l'intégrer dans une catégorie de référence.

Les ACP peuvent se conclure par la réalisation collective d'une affiche mémoire qui fait sens pour le groupe et peut devenir une référence pour la classe.

# La catégorie des structures dites « additives »



# La catégorie des structures dites « multiplicatives »



# Représenter-Abstraire

La formalisation de ces exemples-types donne l'occasion d'introduire des représentations sous forme de dessins puis de schémas adaptés qui permettront la modélisation des problèmes donnés.

En cycle 2 par exemple, ces schémas sont assez « proches » des dessins du matériel utilisé mais représentent déjà une abstraction suffisamment efficace pour aider les élèves à construire une représentation mentale qui mette en évidence les données importantes du problème et donc à les catégoriser.

Schéma A	Schéma B
<p>Dans mon camion, il y avait 12 bouchons. Dans le garage à transformer, j'ai ajouté 5 bouchons. <b>Combien y a-t-il de bouchons maintenant dans mon camion ?</b></p>	<p>Mon âne transporte 8 jetons. Dans le panier bleu, il y a 7 jetons. <b>Combien ya-t-il de jetons dans le panier jaune ?</b></p>

En cycle 3 par exemple, ces schémas peuvent prendre diverses formes : voici différentes représentations possibles d'une transformation.

Début	transformation	fin
4	5 en plus	?



# Schématiser

L'activité mathématique passe nécessairement par un travail de symbolisation pour faire progresser les élèves encore dans l'abstraction : les écritures mathématiques.

L'utilisation d'un schéma représente un palier intermédiaire vers l'abstraction encore plus grande que représente l'écriture du modèle mathématique, ici l'opération mathématique. Par exemple, le signe « moins » peut représenter une situation de recherche d'une partie mais aussi celle de recherche d'une transformation négative ou d'un écart : il s'agit du même modèle de soustraction.

L'utilisation des schémas n'a pas vocation à être obligatoire mais elle favorise, chez les élèves les plus fragiles, les analogies entre les différents problèmes : malgré leurs différences, ils peuvent être représentés d'une même façon.

Au final, les élèves doivent être capables de connaître différents registres de représentations et d'apprendre à passer des uns aux autres : dessins, graphiques, schémas, tableaux, chiffres, mots, codes, signes...

Le but à atteindre pour les élèves est alors de savoir effectuer le passage aux écritures mathématiques mais attention de ne pas les précipiter trop précocement vers cette finalité au détriment de la compréhension.

# Verbaliser

La verbalisation est présente à chacune de ces étapes et dans toutes les séances d'atelier. L'accent est particulièrement mis en CP sur l'oral. Petit à petit on orientera les élèves vers les énoncés écrits en langage naturel puis enfin en langage mathématique.

Ces moments de langage permettent d'évoquer et de décrire les situations, d'expliquer et d'explicitier ses choix et propositions, et plus particulièrement dans Roma, d'apprendre à émettre des hypothèses et des arguments.

Être capable de laisser la parole à un de ses pairs et d'entendre ses arguments nécessite un apprentissage que les ateliers de ROMA favorise.

# Mettre en place les ateliers d'ACP

**Ces temps d'ateliers sont prévus pour fonctionner avec un petit groupe d'élèves (10 à 12)** afin que tous et chacun puissent s'approprier, se représenter et modéliser ces situations avant de les résoudre. Le but est bien que ces diverses représentations puissent non seulement s'exprimer mais surtout être discutées entre les pairs. Ces séances peuvent durer de 30 à 40 minutes au maximum par exemple avec des élèves de CP, et de 45 à 50 minutes en cycle 3.

**Le but des ateliers est de laisser le plus possible la parole aux élèves en favorisant les échanges entre pairs** et non pas de leur apporter des réponses directement et souvent trop précocement. La place de l'oral joue un rôle prépondérant. Les échanges portent sur les hypothèses des élèves dans leur interprétation de la situation, sur leur validation ou non par le groupe en s'appuyant sur les données du problème et leurs relations. Le traitement de l'erreur a une place importante dans les échanges.

# L'organisation des ateliers par l'enseignant

## **Au cours d'un atelier ACP**

**En phase 1**, l'enseignant doit lire à voix haute, plusieurs fois les problèmes proposés et répéter la consigne pour que les élèves sachent ce qu'ils doivent faire sans pour autant aplanir toutes les difficultés de compréhension puisque le but justement des ACP est de recueillir des représentations qui pourraient être inattendues. En cycle 3, les élèves utiliseront ce temps pour lire le problème et se l'approprier individuellement,

**Dans les phases 2 et 3**, l'enseignant a pour rôle de gérer les échanges sans imposer ou exposer ses propres points de vue. Attention à la volonté fréquente chez les enseignants de tout réexpliquer, groupe après groupe, faisant perdre ainsi des occasions d'échanges fructueux entre les élèves : les ACP sont conçus justement avec des temps pour revenir sur les procédures.

Ce n'est que dans la phase d'institutionnalisation, après le débat, que l'enseignant formalisera les résultats obtenus et procédures à fixer.

**La phase 4** permet aux élèves de réinvestir ce qui a été élaboré en groupe et permet bien souvent à l'enseignant d'estimer ce qui a été construit ou non par ses élèves.

## **Entre 2 ateliers d'ACP**

Il est indispensable de proposer des situations d'entraînement aux élèves pour leur permettre de fixer les différentes structures, de s'entraîner à les différencier et à utiliser les procédures de résolution qui leur sont associées. Il est conseillé de leur proposer quotidiennement, au moins 2 problèmes pour stabiliser ce qui a été appris au cours d'un atelier et ce particulièrement pour les problèmes de type II en cycle 3.

# L'organisation des ateliers par l'enseignant

**Tableau récapitulatif.**

<b>Phase 1</b> Appropriation des énoncés et de la consigne	5 mn environ	phase individuelle	<ul style="list-style-type: none"><li>• L'enseignant lit à haute voix le problème ou/et les élèves le lisent</li><li>• L'enseignant énonce une consigne</li><li>• Les élèves prennent connaissance individuellement du problème</li><li>• Les élèves cherchent à répondre seuls à la consigne en utilisant le matériel.</li></ul>
<b>Phase 2</b> Début d'interprétation par 2 ou en îlots	15 mn environ	phase orale collective	Les élèves manipulent et commencent à faire des hypothèses de sens à plusieurs et à confronter leurs points de vue : attention, s'il leur est proposé une fiche-élève, ils ne la remplissent pas à cette étape ; ils travaillent sur ardoise ou papier de brouillon ou sur une affiche remplie en groupe.
<b>Phase 3</b> Confrontation des diverses interprétation, échanges et débat	15 mn environ	phase orale collective	L'enseignant recueille les différentes hypothèses des élèves (toutes les hypothèses sont acceptées oralement ou à partir de la présentation des affiches) et note : <ul style="list-style-type: none"><li>• sur une partie du tableau les hypothèses qui recueillent d'emblée l'accord de tous.</li><li>• sur une autre partie du tableau celles qui sont discutables et donc qui nourrissent le débat.</li><li>• L'argumentation joue un rôle important : les élèves doivent argumenter leurs choix en s'appuyant sur les données du problème.</li><li>• La résolution est ainsi effectuée collectivement : ensuite, l'enseignant prendra bien soin de formaliser les résultats à l'issue du débat. C'est l'étape d'institutionnalisation habituelle.</li></ul>
<b>Phase 4</b>	5 mn environ	phase individuelle	L'enseignant cache les résultats inscrits au tableau et les élèves doivent répondre par écrit (sauf en CP) à la consigne posée en rédigeant leur propre réponse sur la fiche-élève si elle a été donnée en début d'atelier ou sur un autre support choisi par l'enseignant (cahier, feuille de classeur...).
<b>Phase d'entraînement</b>	10 mn par jour	Phase orale collective	L'enseignant propose quotidiennement, au moins 2 problèmes à résoudre pour stabiliser ce qui a été appris au cours de l'atelier précédent. Il peut utiliser pour cela soit les banques de problèmes proposées lorsqu'il y en a soit des problèmes qu'il aura choisis pour leur similitude,

# La gestion des ateliers par l'enseignant

La gestion des ateliers n'est pas toujours facile en début d'année scolaire : être capable d'entendre une autre proposition que la sienne, venant de ses pairs, et lui opposer son point de vue dans un climat d'écoute mutuelle, représente un réel apprentissage qui peut prendre plusieurs séances avant que l'ensemble de la classe y soit rôdé.

Une fiche à destination des enseignants (guide pédagogique) essaie d'apporter des conseils pratiques.

D'autre part, pour mieux gérer les ateliers, il faut prévoir une organisation adaptée à la classe (profil des élèves, aménagements des lieux et des supports...).

Par exemple :

- Préparer le matériel en avance et organiser la classe avec des espaces pour les groupes.
- Prévoir les supports et le matériel pour les élèves.
- Prévoir un tableau (numérique ou papier) qui permet de noter les différentes propositions des différents groupes pour pouvoir les comparer et les discuter.
- Prévoir des rôles au sein de chaque atelier si besoin : un tuteur, un responsable des aides, des outils/matériel, etc.
- Prévoir un support pour rédiger avec les élèves l'affiche « mémoire de l'atelier ».

# Les supports disponibles sur le site Roma

Pour chaque ACP, l'enseignant dispose :

- **des indications d'ordre didactique et pédagogique** dans une fiche type guide pédagogique qui explicite :
  - *les objectifs prioritaires des tâches demandées,*
  - *leurs places dans la progression des ateliers,*
  - *la gestion des échanges entre les élèves,*
  - *le matériel à utiliser et comment le construire le cas échéant,*
  - *des rappels d'ordre théorique si besoin...*
- **des documents élèves**, quand ils sont nécessaires.
- **d'une banque de problèmes** pour entraîner les élèves entre deux ACP relatifs à la reconnaissance des structures (type II).