

## CM2-ACP9- différencier les comparaisons additives et multiplicatives (type II)

### Guide pédagogique

#### Objectifs :

- avoir une première approche de problèmes de type multiplicatif en se cantonnant aux problèmes de comparaison
- faire la différence entre des problèmes de comparaison additive et des problèmes de comparaison multiplicative

#### Eclairage didactique

Les problèmes de comparaison additive ont déjà été travaillés.

Dans les problèmes de comparaison multiplicative les relations entre les données définissent une comparaison entre deux grandeurs d'une même nature : donc cette relation est donnée sous la forme d'un nombre sans unité, **un rapport** entre des mesures de grandeurs de même type et se traduit par des expressions telles que « *fois plus, fois moins, le double de, le tiers de, le triple de, le quart de...* »

**Dans toutes les situations proposées, on compare deux nombres et le problème consiste à chercher, soit un des deux nombres, soit un écart dans le cas des comparaisons additives ou un rapport dans le cas des comparaisons multiplicatives.**

Il nous semble très intéressant d'utiliser un schéma qui permet de placer les 2 nombres comparés sur une droite graduée verticale et les nombres des relations qu'elles soient de type additive ou multiplicative. Dans un deuxième temps, par exemple en phase d'entraînement dans la semaine, ces relations exprimées avec du vocabulaire courant « *de plus que* » « *de moins que* » ou « *fois plus que* » « *fois moins que* » pourront être remplacées par leur écriture mathématique avec  $+$  -  $x$  :

Problème de comparaison additive	Problème de comparaison multiplicative
<p>Le nombre de la relation (a) est <b>un écart</b></p>	<p>Le nombre de la relation (b) est <b>un rapport</b></p>

#### Déroulement

##### Phase 1

Lire les problèmes, non pas pour les résoudre, mais pour catégoriser les problèmes en deux classes : les comparaisons de type additif et les comparaisons de type multiplicatif en écartant les intrus. Ce travail peut s'effectuer en binôme ou en petits groupes de 3 ou 4.

##### Phase 2

Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves du groupe pour trouver un accord et en extraire les caractéristiques de chacune de deux catégories de comparaison (multiplicative et additive). Par exemple en surlignant les indices linguistiques comme les expressions « *fois plus (moins)* » ou « *de plus (de moins)* ».

Proposer de schématiser les problèmes sur une droite graduée verticale (voir les fiches 1 et 2 de schémas à compléter), de placer les 2 nombres comparés et la relation car cette schématisation permet de voir les ressemblances entre les problèmes (même schéma car ce sont toutes des comparaisons) et les différences entre les problèmes (le type de relation entre les nombres soit de type additif soit de type multiplicatif).

**Phase 3**

Trace écrite individuelle libre : chacun doit retrouver dans quelle catégorie il range les problèmes, compléter les schémas.

La résolution par le calcul n'est pas le but principal de l'activité mais peut être effectuée lorsque les élèves se sont approprié la classification des problèmes. On demandera alors systématiquement la résolution du problème après la catégorisation.

***L'utilisation de schéma comme ceux donnés ci-dessus est une aide pour favoriser la prise en compte des éléments essentiels d'une comparaison et permettre ensuite une résolution efficace.***

**Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier****Des obstacles peuvent survenir au niveau :**

Les comparaisons sont des situations difficiles à identifier de façon générale et distinguer les comparaisons additives des multiplicatives représente une activité délicate.

- **De la représentation de la tâche :**

Les élèves doivent se représenter la tâche : reconnaître si le problème de comparaison est de type multiplicatif ou de type additif. Les élèves doivent aussi prendre conscience qu'un même énoncé avec les mêmes nombres peut correspondre à 2 problèmes différents avec des questions et donc des réponses différentes correspondant à des structures différentes (type additif ou multiplicatif).

*Par exemple : Nora a 30 perles. Max a 10 perles. Qui a le plus de perles ?*

➤ Question possible : *Combien en plus ?* (problème de comparaison additive)

Réponse : c'est Nora qui a le plus de perles ; elle a 20 perles de plus que Max

➤ Question possible : *Combien de fois plus ?* (problème de comparaison multiplicative)

Réponse : c'est Nora qui a le plus de perles ; elle a 3 fois plus de perles que Max

- **Des connaissances linguistiques et mathématiques :**

- Dans les problèmes de comparaison multiplicative les expressions utilisées sont aussi bien des expressions comme « double, triple, moitié, quadruple... » que « ... fois plus, ...fois moins ». La complexité de ces expressions rend l'interprétation des énoncés difficile, en particulier, les élèves font souvent la confusion avec les expressions « de plus, de moins, en plus, en moins » qui correspondent à des problèmes de comparaison de type additif.
- Si le terme « fois plus » a encore un certain sens chez les élèves, l'expression « fois moins » est beaucoup plus difficile à comprendre pour un grand nombre d'entre eux, surtout lorsqu'elle se traduit mathématiquement par une multiplication.

- **De l'utilisation des schémas :**

Le plus difficile est de bien placer les référés et référents : une aide peut consister à faire remarquer que le référent (sans nécessairement prononcer ces termes avec les élèves) est l'élément situé après le mot « que ». Le sens des flèches peut aussi être une difficulté.

**Prolongements de la séance**

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

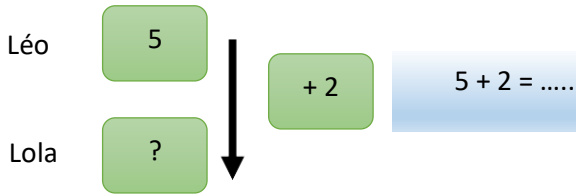
**Voir ci-dessous un rappel sur les comparaisons additives et les comparaisons multiplicatives**

# 1. Les comparaisons additives

## Référent connu, relation connue (plus ou moins), recherche du référé.

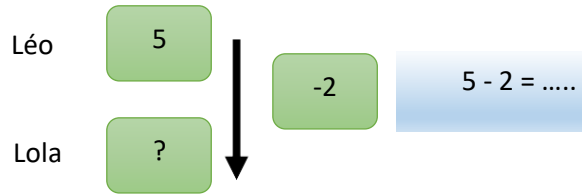
**Exemple 9 :** Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de plus que Léo.

**Combien de crayons a Lola ?**



**Exemple 10 :** Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de moins que Léo.

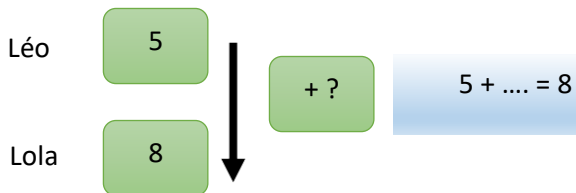
**Combien de crayons a Lola ?**



## Référent et référé connus, recherche de la relation.

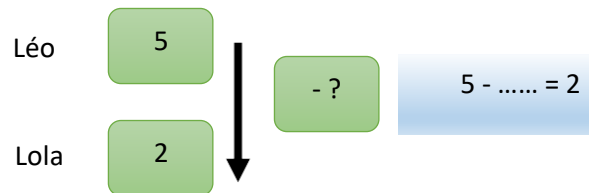
**Exemple 11 :** Léo a 5 crayons. Lola a 8 crayons.

**Qui en a le plus ? et de combien ?**



**Exemple 12 :** Léo a 5 crayons. Lola a 2 crayons.

**Qui en a le moins ? Et de combien ?**

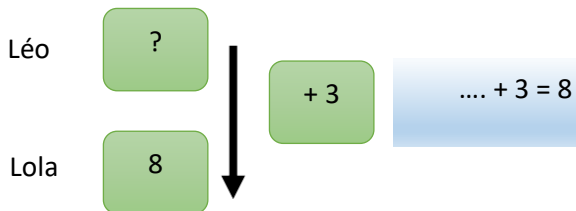


## Référé et relation connus, recherche du référé.

**Exemple 13 :**

Léo a des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de plus que Léo.

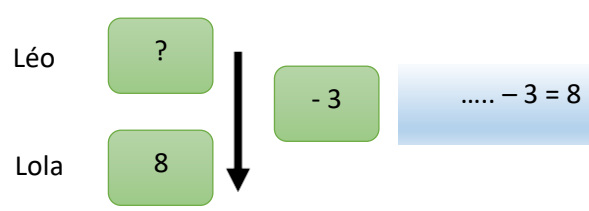
**Combien de crayons a Léo ?**



**Exemple 14 :**

Léo a des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de moins que Léo.

**Combien de crayons a Léo ?**



## 2. Les comparaisons multiplicatives

<b>Rapport connu, recherche d'une des grandeurs.</b>	
<i>Recherche du référent</i>	
<p><b>Exemple 1 :</b> Léo a 15 billes. Max en a 3 fois plus que Léo. <b>Combien Max a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">x 3</span> <span style="background-color: #d9e1f2; padding: 2px 10px;">15 x 3 = ....</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span></p>	<p><b>Exemple 2 :</b> Léo a 15 billes. Max en a 3 fois moins que Léo. <b>Combien Max a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">: 3</span> <span style="background-color: #d9e1f2; padding: 2px 10px;">15 : 3 = ....</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span></p>
<i>Recherche du référent</i>	
<p><b>Exemple 3 :</b> Max a 3 fois plus de billes que Léo. Max a 15 billes. <b>Combien Léo a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">x 3</span> <span style="background-color: #d9e1f2; padding: 2px 10px;">15 = .... x 3</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span></p>	<p><b>Exemple 4 :</b> Max a 3 fois moins de billes que Léo. Max a 15 billes. <b>Combien Léo a-t-il de billes ?</b></p> <p>Léo <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">?</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">: 3</span> <span style="background-color: #d9e1f2; padding: 2px 10px;">... : 3 = 15</span></p> <p>Max <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">15</span></p>
<b>Grandeurs connues, recherche du rapport.</b>	
<p><b>Exemple 5 :</b> Lola a 6 crayons. Nora en a 18. <b>Qui en a le plus ? Combien de fois plus ?</b></p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">6</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">x ?</span> <span style="background-color: #d9e1f2; padding: 2px 10px;">6 x ... = 18</span></p> <p>Nora <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">18</span></p>	<p><b>Exemple 6 :</b> Lola a 16 crayons. Nora en a 8. <b>Qui en a le moins ? Combien de fois moins ?</b></p> <p>Lola <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">16</span> ↓ <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">: ?</span> <span style="background-color: #d9e1f2; padding: 2px 10px;">16 : ... = 8</span></p> <p>Nora <span style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 2px 10px;">8</span></p>