

CM2-ACP15- représenter un problème multiplicatif avec un tableau (type II)

Guide pédagogique

Objectifs :

- Reprendre les situations multiplicatives qui relèvent de la proportionnalité et réinvestir la recherche des deux domaines et celle du 1
- Apprendre à utiliser des tableaux : passer d'un problème donné sous forme de texte au même problème donné sous forme d'un tableau et réciproquement.
- Insister sur les places du 1 et du ? dans le tableau et ce à quoi elles correspondent dans un énoncé de problème

Eclairage didactique

Nous avons déjà travaillé les problèmes multiplicatifs simples de proportionnalité en étudiant des problèmes qui mettent en relation deux grandeurs de nature différente. Nous reprenons le même travail mais en proposant aux élèves de traduire ces énoncés sous la forme d'un tableau.

Exemple : Lola achète 5 roses. Chaque rose coûte 3€. Combien a-t-elle dépensé ?

Dans l'ACP précédent sur la proportionnalité, l'élève a appris à effectuer les deux premières tâches de résolution : identifier le « 1 » implicite dans le texte (donné par « chaque ») et repérer les 2 domaines de grandeur en jeu (les roses et les euros). Il va lui falloir maintenant repérer dans quelles lignes et colonnes du tableau placer ces informations et plus particulièrement, il va devoir identifier la question, la grandeur sur laquelle elle porte et donc rechercher où placer le « ? ».

Il existe différents types de problèmes multiplicatifs qui se résolvent soit par une multiplication soit par une division. En effet, les opérations arithmétiques pour résoudre les problèmes dépendent des positions relatives du « 1 » et du « ? » dans les tableaux :

- si le « ? » est dans la case diamétralement opposée au « 1 » c'est une multiplication, (tableau A)
- si le « ? » est dans la case à côté du « 1 » c'est une division partition, (tableau B)
- si le « ? » est dans la case juste au-dessous ou au-dessus du « 1 » c'est une division quotient, (tableau C)

A : Multiplication 5 x 3	B : Division partition 15 : 5	C : Division quotient 15 : 3																		
<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Nombre de roses</th> <th style="width: 50%;">Nombre d'euros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">?</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de roses	Nombre d'euros	1	3	5	?	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Nombre de roses</th> <th style="width: 50%;">Nombre d'euros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">?</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">15</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de roses	Nombre d'euros	1	?	5	15	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Nombre de roses</th> <th style="width: 50%;">Nombre d'euros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">?</td> <td style="text-align: center;">15</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de roses	Nombre d'euros	1	3	?	15
Nombre de roses	Nombre d'euros																			
1	3																			
5	?																			
Nombre de roses	Nombre d'euros																			
1	?																			
5	15																			
Nombre de roses	Nombre d'euros																			
1	3																			
?	15																			
<p>Une rose coute 3 €. Combien coutent 5 roses ?</p>	<p>5 roses coutent 15 €. Combien coute 1 rose ?</p>	<p>Une rose coute 3 €. J'ai dépensé 15 €. Combien ai-je acheté de roses ?</p>																		

Observations sur la place des lignes, des colonnes et des nombres dans ces tableaux

Par exemple : on peut intervertir la colonne « roses » avec celle des « euros » sans incidence sur la résolution du problème. On peut intervertir de même les lignes. Par contre, si on garde dans une colonne les lignes dans un certain ordre, il est nécessaire de ne pas intervertir les lignes de l'autre colonne.

Cette discussion pourra avoir lieu lors du débat en s'appuyant sur 2 tableaux différents produits par des élèves.

Enfin, dans des ACP ultérieurs, nous utiliserons la mise en tableau pour apprendre à résoudre les problèmes multiplicatifs de plusieurs façons : soit en faisant des comparaisons à l'intérieur d'un même domaine de grandeur (avec la notion de rapport multiplicatif verticalement), soit en se servant de multiplications ou divisions entre les nombres de différentes colonnes (horizontalement).

Déroulement

Travail à partir de la consigne 1 :

Phase 1 : Il s'agit de lire un tableau puis de le traduire en un texte. Lire les énoncés. Dans un premier temps laisser les élèves réfléchir individuellement puis par petits groupes avant que les différentes interprétations n'apparaissent.

Phase 2 : débat à partir de différentes propositions

Les élèves peuvent facilement s'accorder sur l'exclusion des problèmes qui ne correspondent pas au tableau ; par contre ils risquent d'avoir plus de difficultés à expliquer leur raisonnement :

Soit les nombres diffèrent : problèmes A dans les fiches * et **

Soit ce sont les grandeurs qui diffèrent : problème B dans la fiche *

Pour les aider à résoudre cette tâche et à expliciter le raisonnement, on peut les guider en posant les questions suivantes :

1. dans le tableau, quels sont les deux domaines de grandeur ?
2. traduis la première ligne par une phrase affirmative
3. traduis la 2^e ligne par une phrase interrogative (une question)
4. énonce le texte complet du problème représenté par le tableau
5. choisis un texte parmi A, B ou C qui revient au même problème que le tableau

Travail à partir de la consigne 2

Phase 3 : Il s'agit du travail inverse qui consiste à transformer un texte en tableau. Lire les énoncés et compléter les tableaux. Ce travail peut se faire en binômes

Phase 4 : Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves (en individuel ou en groupe) pour identifier les grandeurs mises en relation, le « 1 » et la question reliée au « ? ». Attention, les élèves doivent expliciter leurs procédures et justifier le choix des indices retenus.

On peut poser des questions du type :

« *Que représente chaque nombre dans l'énoncé ?* » (référence aux grandeurs)

« *Comment l'information concernant le « 1 » est-il écrit dans l'énoncé ?* » (Faire un affichage avec les différentes manières de dire le « 1 » dans les énoncés : « par-chaque-chacun-chacune-un-une- ... »)

« *Comment se traduit la question ? Sur quelle grandeur porte-t-elle ?* »

Travail à partir de la consigne 3

Cette activité est facultative et sera proposée en fonction du temps disponible ou pourra être réalisée à un autre moment. La mise en commun des textes proposés sera particulièrement intéressante. Il peut être aussi intéressant de donner des tableaux aux uns qui écrivent un texte de problème que d'autres auront à résoudre et réciproquement.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Différentes difficultés peuvent apparaître pour :

- **Traduire les données du texte dans le tableau**

En particulier, le **sens de lecture** peut faire obstacle. Exemple (fiche **problème D) : *dans une école, il y a 6 classes. Dans chacune des classes on regroupe les élèves en 4 équipes. Combien y a-t-il d'équipes dans l'école ?*

L'école qui apparaît au début du texte n'est pas une grandeur à mettre en tête de colonne. Ici on compare les équipes et les classes.

- **Identifier les grandeurs en relation dans les textes proposés**

Les deux domaines de grandeur n'apparaissent pas systématiquement dans la question. Une seule grandeur apparaît toujours, celle liée à la question combien. C'est une aide pour que les élèves trouvent facilement au moins une grandeur.

- **Traduire les données du texte dans un tableau partiellement rempli**

Cette activité impose de s'éloigner encore un peu plus du sens de lecture du texte. La place des données dépend alors exclusivement de la place du 1 et du sens des relations imposées.

- **Traduire les données du tableau en texte de problème**

L'élève devra pouvoir traduire le 1 par une expression telle que : par, chaque, chacune, pour, de, une.... Il pourra y avoir plusieurs propositions selon les groupes.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

Rappel sur les problèmes de proportionnalité simple page suivante.

Les problèmes de proportionnalité simple

Cette structure met en jeu quatre quantités appartenant à deux espaces de mesures différents : il s'agit d'une relation quaternaire. Dans les problèmes de cette catégorie, deux domaines de grandeurs sont mis en jeu et un rapport est défini entre deux grandeurs de ces domaines. La structure mathématique est dite de "quatrième proportionnelle". En fonction de la place occupée par l'inconnue, nous obtiendrons différents types de problèmes se résolvant aussi bien par une multiplication que par une division de type partition ou de type quotient. Pour trouver l'inconnue, il est possible d'utiliser les rapports de façon verticale (entre grandeurs d'un même domaine) ou de façon horizontale (entre les deux domaines).

Itération ou groupements multiplicatifs avec recherche du tout.													
<p>Exemple 7 : Les élèves d'une classe sont regroupés en 6 équipes. Il y a 4 élèves par équipe. Combien y a-t-il d'élèves en tout ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9e1f2;"> <th style="padding: 2px;">Nombre d'équipes</th> <th style="padding: 2px;">Nombre d'élèves</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">?</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre d'équipes	Nombre d'élèves	1	4	6	?	<p>Exemple 8 : Lola fabrique des bouquets de 4 roses. Combien faut-il de roses pour fabriquer 6 bouquets ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9e1f2;"> <th style="padding: 2px;">Nombre de bouquets</th> <th style="padding: 2px;">Nombre de roses</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">?</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de bouquets	Nombre de roses	1	4	6	?
Nombre d'équipes	Nombre d'élèves												
1	4												
6	?												
Nombre de bouquets	Nombre de roses												
1	4												
6	?												
L'opération à faire est une multiplication : $6 \times 4 = \dots$													
Groupements ou partages avec recherches du nombre d'éléments dans une part (partition).													
<p>Exemple 9 : Dans une classe, il y a 24 élèves. On fait 6 équipes. Combien y a-t-il d'élèves par équipe ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9e1f2;"> <th style="padding: 2px;">Nombre d'équipes</th> <th style="padding: 2px;">Nombre d'élèves</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">24</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">?</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre d'équipes	Nombre d'élèves	6	24	1	?	<p>Exemple 10 : Il y a 24 billes. Elles sont partagées équitablement entre 6 enfants. Combien chacun a-t-il de billes ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9e1f2;"> <th style="padding: 2px;">Nombre d'enfants</th> <th style="padding: 2px;">Nombre de billes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">24</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">?</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre d'enfants	Nombre de billes	6	24	1	?
Nombre d'équipes	Nombre d'élèves												
6	24												
1	?												
Nombre d'enfants	Nombre de billes												
6	24												
1	?												
L'opération à faire est une division partition pour chercher la valeur unitaire (celle d'une part) : $6 \times \dots = 24$ ou $24 : 6 = \dots$													
Groupements ou partages avec recherche du nombre de parts (quotition).													
<p>Exemple 11 : Lola a 24 roses. Avec ces roses, elle fait des bouquets de 4 roses. Combien peut-elle faire de bouquets ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9e1f2;"> <th style="padding: 2px;">Nombre de bouquets</th> <th style="padding: 2px;">Nombre de fleurs</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">?</td> <td style="text-align: center;">24</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre de bouquets	Nombre de fleurs	?	24	1	4	<p>Exemple 12 : Il y a 24 billes. Elles sont partagées équitablement entre des enfants ; chacun en reçoit 4. Combien y a-t-il d'enfants ?</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9e1f2;"> <th style="padding: 2px;">Nombre d'enfants</th> <th style="padding: 2px;">Nombre de billes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">?</td> <td style="text-align: center;">24</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre d'enfants	Nombre de billes	?	24	1	4
Nombre de bouquets	Nombre de fleurs												
?	24												
1	4												
Nombre d'enfants	Nombre de billes												
?	24												
1	4												
L'opération à faire est une division quotient pour chercher le nombre de parts. $4 \times \dots = 24$ ou $24 : 4 = 6 \times \dots$													