CM2-ACP13 : identifier les problèmes multiplicatifs de proportionnalité simple (type II)   Guide pédagogique

Objectifs :
Dans les situations multiplicatives qui relèvent de la proportionnalité simple mettant en jeu 4 nombres (dites situations multiplicatives quaternaires)
- identifier les deux domaines de grandeurs mis en relation
- reconnaitre le troisième nombre « caché » c'est-à-dire le « 1 » en s'appuyant sur le texte et le quatrième nombre recherché.

Eclairage didactique
Nous avons travaillé jusque-là les problèmes multiplicatifs de type comparaison, il s'agit maintenant de travailler les problèmes multiplicatifs qui mettent en relation des quantités de deux grandeurs de nature différente. A l'intérieur de chacune des deux grandeurs, la relation multiplicative est une comparaison, comme celles qui ont été travaillées jusqu'ici. Ce qui signifie, que 4 nombres sont en jeu (ce qui explique qu'on parle de proportionnalité[1]) : deux nombres sont donnés explicitement dans l'énoncé, le troisième est donné de façon implicite (c'est le « 1 » qui est formulé par le biais d'un mot du texte), et le quatrième est celui qu'il faut trouver.
Exemple 1 :
Lola achète 5 roses. ***Chaque*** *rose coute 3 €. Combien a-t-elle dépensé ?*

	1er domaine de grandeur : (le nombre de) **roses**	*2e domaine de grandeur :* (le nombre d') **euros**	
x 5	*Le « 1 » implicite (**chaque**)* **1**	*Le prix d'une rose* **3**	x 5
	Le nombre de roses **5**	*Le prix cherché* **?**	

La tâche de résolution pour l'élève se décompose en quatre actions :
- tout d'abord identifier ces deux grandeurs (*les roses et les euros*) ▸ les écrire en tête du tableau vertical,
- puis reconnaitre le « 1 » (*chaque rose coûte 3 €)* ▸ écrire *1* dans la colonne qui convient (*le nombre de roses*) et écrire le nombre correspondant dans l'autre colonne (*3* dans la colonne du nombre d'euros)
-puis écrire le deuxième couple *(Lola achète 5 roses)* : écrire *5* dans la colonne qui détermine le nombre de *roses* et le « ? » (Combien a-t-elle dépensé ?) dans la colonne qui détermine le nombre *d'euros*
- et enfin trouver une des deux comparaisons multiplicatives (effectuée verticalement dans un des domaines) pour pouvoir utiliser ce rapport trouvé dans la deuxième comparaison (dans l'autre domaine) : ici *x 5.*

Dans cet ACP, nous avons fait le choix d'aborder progressivement les situations multiplicatives qui relèvent de la proportionnalité. L'enjeu est que les élèves identifient les domaines et fassent la traduction du 1 implicite dans les énoncés en s'aidant de certains petits mots du texte. Ce travail sera repris plus tard, pour apprendre à organiser les données notamment dans un tableau de proportionnalité, et pour approfondir la résolution des problèmes à l'aide des différents types de divisions.

Déroulement
Phase 1 : Identifier le « 1 »
Lire les énoncés et les informations afin de les associer. Ce travail peut se faire en binômes.
Dans chaque énoncé, deux nombres sont en jeu (1 et un autre nombre). Les élèves doivent traduire un énoncé sémantique en un énoncé mathématique.
Exemple : « *Dans chaque équipe, il y a 5 classes* » correspond à *« dans 1 équipe, il y a 5 classes* » (le mot « chaque » traduit 1).

[1] **Définition de la notion de proportionnalité**
On dit que deux mesures sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre en la multipliant ou en la divisant par un même nombre constant. Dans une situation de proportionnalité simple, les données numériques (4 au minimum), sont mises en relation et varient toujours dans « la même proportion ». Si deux nombres sont en relation double, triple, quadruple etc.…les deux autres nombres sont aussi en relation double, triple, quadruple….

Phase 2 : Identifier les grandeurs mises en relation et le « 1 »
Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves des différents groupes pour identifier les grandeurs mises en relation et le « 1 ». Attention, les élèves doivent expliciter leurs procédures et justifier le choix des indices retenus.
L'objectif est de faire formaliser : les domaines en jeu pour chaque énoncé et la manière dont le 1 est écrit dans le texte. On peut poser des questions du type :

- « *Que représente chaque nombre dans l'énoncé ?* » (Référence aux grandeurs)
- « *Comment l'information concernant le « 1 » est-il écrit dans l'énoncé ?* » (Faire un affichage avec les différentes manières de dire le « 1 » dans les énoncés : « *par-chaque-chacun-chacune-un-une-* …)

Une ou plusieurs informations sont intruses. On peut proposer à la fin de la recherche aux élèves de créer des énoncés à l'oral qui correspondraient à « l'intrus ».
Exemple : information intruse : « *sur 1 palette, il y a 8 cartons* ». Proposer des énoncés en utilisant *chaque, en, par, de…*

Phase 3 : consigne 2
La situation est plus complexe car une troisième grandeur entre en jeu. Il va falloir identifier le « 1 » puis les deux domaines. Par exemple « *Les élèves d'une classe sont regroupés en 6 équipes. Dans chaque équipe, il y a 4 élèves* ». Le « *chaque* » permet d'identifier un premier domaine « *équipe* », et le second « *élèves* », la relation étant « *dans une équipe* » il y a « *4 élèves* ». On ne retiendra pas le domaine « *classe* » qui serait possible.
La mise en commun s'organisera sur la recherche du 1, des domaines retenus et de leur justification. Faire remarquer que la question aide à trouver au moins un des deux domaines de grandeurs en jeu.

Phase 4 : consigne 3
On pourra à nouveau faire produire par écrit (ou oralement) aux élèves des énoncés à partir des informations intruses.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier
Différentes difficultés peuvent apparaitre :

- **Difficulté à identifier les grandeurs en relation dans les situations proposées**

On insistera sur la recherche des domaines mis en relation : équipes/élèves, classes/équipes, classes/élèves, …

- **Certains élèves peuvent rencontrer des difficultés à reconnaître le 1 ….**

Différentes expressions sont utilisées pour formuler implicitement le « 1 » dans l'énoncé : par, chaque, chacune, pour, de, une…. Le but est de rendre explicite cette information. Penser à faire un affichage.

Ce que l'élève doit savoir faire :
Ce n'est pas une résolution numérique des situations qui est attendue (même si elle peut avoir lieu dans un deuxième temps) mais plutôt que l'élève apprenne à se faire une représentation mentale de la tâche et justifie ses choix en commençant par identifier les grandeurs en jeu et la référence à l'unité.

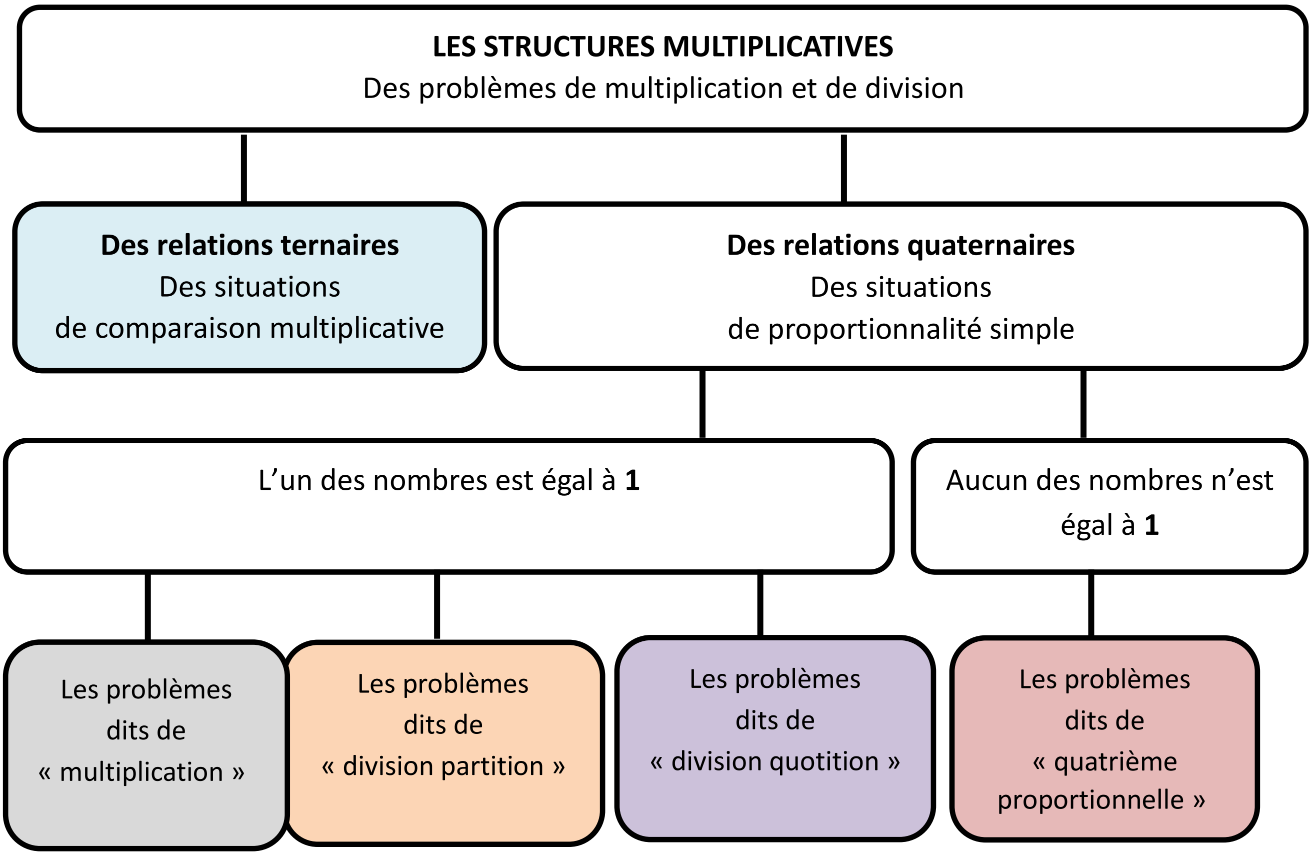
Rôle de l'enseignant
Il s'agit d'amener les élèves à expliciter leurs choix et à comprendre le concept de proportionnalité dans un premier type de situations multiplicatives.

Prolongements de la séance
Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entrainer.

Rappel sur les structures multiplicatives sur les pages suivantes.

Les différentes structures de problèmes multiplicatifs étudiées dans les ACP

Nous avons étudié jusqu'à cet ACP les situations multiplicatives dans lesquelles les relations entre les données sont ternaires : les comparaisons multiplicatives. A partir de cet atelier, nous aborderons les situations multiplicatives dans lesquelles les relations entre les données sont de type quaternaire : les situations de proportionnalité simple. Pour aider les élèves à comprendre ces situations, une progression est proposée dans les ACP suivants en suivant le schéma ci-dessous : d'abord dans les situations où l'un des nombres est égal à 1 puis ensuite dans celles où aucun nombre n'est égal à 1.



Les situations de proportionnalité simple où l'un des nombres est égal à 1

Cette structure met en jeu quatre quantités appartenant à deux espaces de mesures différents : il s'agit d'une relation quaternaire. Dans les problèmes de cette catégorie, deux domaines de grandeurs sont mis en jeu et un rapport est défini entre deux grandeurs de ces domaines. La structure mathématique est dite de “ quatrième proportionnelle ”. En fonction de la place occupée par l'inconnue, nous obtiendrons différents types de problèmes se résolvant aussi bien par une multiplication que par une division de type partition ou de type quotition. Pour trouver l'inconnue, il est possible de chercher les rapports de façon verticale (entre grandeurs d'un même domaine) ou de façon horizontale (entre les deux domaines).

Itération ou groupements multiplicatifs avec recherche du tout.

Exemple 7 :
Les élèves d'une classe sont regroupés en 6 équipes. Il y a 4 élèves par équipe.
Combien y a-t-il d'élèves en tout ?

Equipes	Elèves
1	4
6	?

Exemple 8 :
Lola fabrique des bouquets de 4 roses.
Combien faut-il de roses pour fabriquer 6 bouquets ?

Bouquets	Roses
1	4
6	?

L'opération à faire est une multiplication : **6 x 4 = … ou 4 x 6 = …**

Groupements ou partages avec recherches du nombre d'éléments dans une part (partition).

Exemple 9 :
Dans une classe, il y a 24 élèves. On fait 6 équipes.
Combien y a-t-il d'élèves par équipe ?

Equipes	Elèves
6	24
1	?

Exemple 10 :
Il y a 24 billes. Elles sont partagées équitablement entre 6 enfants.
Combien chacun a-t-il de billes ?

Enfants	Billes
6	24
1	?

L'opération à faire est une division partition pour chercher la valeur unitaire (celle d'une part) :
6 x … = 24 ou **24 : 6 = …**

Groupements ou partages avec recherche du nombre de parts (quotition).

Exemple 11 :
Lola a 24 roses. Avec ces roses, elle fait des bouquets de 4 roses.
Combien peut-elle faire de bouquets ?

Bouquets	Fleurs
?	24
1	4

Exemple 12 :
Il y a 24 billes. Elles sont partagées équitablement entre des enfants ; chacun en reçoit 4.
Combien y a-t-il d'enfants ?

Enfants	Billes
?	24
1	4

L'opération à faire est une division quotition pour chercher le nombre de parts.

4 x … = 24 ou 24 : 4 = 6 x …