

CM1-ACP8 – réversibilité des comparaisons additives (type II)

Guide pédagogique

Objectifs : continuer à travailler les problèmes de comparaison additive et leur schématisation

- Identifier les 3 éléments importants d'un problème de comparaison : les 2 éléments de la comparaison : **le référent** (ou le nombre à qui on compare) et **le référé** (ou le nombre qu'on compare) et la relation entre ces 2 éléments : **l'écart**
- Comprendre et utiliser l'écriture maths de cette relation : soit avec +, soit avec –
- Commencer à reconnaître et utiliser son aspect réversible

Éclairage didactique

Ce travail continue le travail précédent sur les structures additives en insistant sur des moyens efficaces pour résoudre ces problèmes comme les schémas qui permettent d'utiliser facilement la réversibilité de la relation et ainsi la résolution de ces problèmes.

Il s'agit pour les élèves de s'aider des schémas verticaux et de trouver la place de l'élément que l'on cherche.

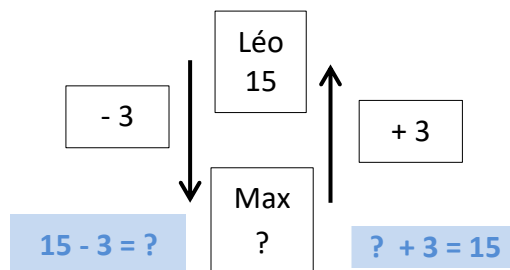
-La première difficulté dans ces problèmes de comparaison réside dans l'identification des 2 éléments d'une comparaison : le référent et le référé. (Notons que les termes *référent* et *référé* ne sont pas employés avec les élèves).

-Ensuite, la deuxième difficulté consiste à repérer le nombre que l'on cherche : soit concernant l'un des deux éléments, soit la relation, soit l'écart dans les comparaisons additives. Notons que la recherche du référent est plus difficile que celle du référé et même que la recherche de l'écart. C'est ce qui motive notre travail sur la réversibilité des relations.

En effet, grâce à la réversibilité des relations, deux énoncés différents peuvent correspondre à un même problème. Pour cela, l'utilisation des schémas est un atout. Ainsi, ces derniers permettent de choisir le sens des flèches en fonction du calcul à effectuer, en évitant alors d'avoir à différencier le référé du référent : la flèche à privilégier en général est celle qui part d'un nombre connu et non pas d'un point d'interrogation.

Énoncé 1 <i>Léo a 15 billes. Max en a 3 de moins que Léo.</i> <i>Combien Max a-t-il de billes ?</i>	Ou	Énoncé 2 <i>Léo a 15 billes. Léo a 3 billes de plus que Max.</i> <i>Combien Max a-t-il de billes ?</i>

L'énoncé 2 (recherche du référent) est souvent plus difficile à traiter que l'énoncé 1 (recherche du référé) ; c'est pourquoi il est pertinent d'entraîner les élèves à utiliser la réversibilité pour se ramener à une situation où c'est le référé qui est recherché. Ainsi, chacun de ces deux problèmes peut se résoudre en utilisant l'une ou l'autre équation : $15 - 3 = ?$ ou $? + 3 = 15$. Un élève peut se sentir plus à l'aise avec l'une ou l'autre équation. Mais il est important de mettre en valeur que la soustraction de 3 est l'opération **inverse** de l'addition de 3.



Dans cet exemple, la flèche de gauche est plus facile à utiliser car elle part d'un nombre connu (15).

Cette démarche de résolution évite de traduire trop rapidement un mot par une opération mathématique (par exemple traduire l'expression « *de plus* » par une addition), stratégie qui ne constitue une stratégie efficace que

dans très peu de situations. Une fois la structure identifiée, plusieurs procédures de résolution méritent d'être testées avant l'utilisation des procédures expertes de l'addition ou de la soustraction.

Déroulement

Phase 1 : consigne 1

Lire les problèmes, non pas pour les résoudre*, mais pour les associer à un schéma. (Utiliser les fiches de schémas à compléter 1).

Cette phase de lecture et de mise en relation peut être organisée en deux temps : un premier temps de lecture individuelle pour permettre aux élèves de s'approprier la tâche, puis un second temps en petits groupes, au cours duquel les élèves effectuent les associations et peuvent mettre en page le résultat de leur recherche sur une affiche pour présentation en phase 2 à la classe.

Faire faire la recherche aux élèves en groupes de 3 ou 4 pour favoriser les échanges entre eux. Dans la consigne, insister sur :

- Tous ces problèmes sont des problèmes de comparaison additive
- L'objectif de la séance est d'identifier les éléments que l'on compare et d'utiliser les schémas

Phase 2 : consigne 2

Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves des groupes pour trouver un accord.

Faire prendre conscience de la réversibilité de ces relations à travers les schémas. (Utiliser les fiches de schémas à compléter 2).

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir pour caractériser les comparaisons additives au niveau :

Des connaissances linguistiques :

Les formulations utilisant les expressions « de plus que » ou « de moins que » sont diverses et demandent d'être discutées avec les élèves (**de plus que, de plus, en plus, de moins, de moins que, en moins**). *Ces expressions ne sont pas du même type que celles vues en ACP6 (au moins, au plus) qui n'amènent pas à une comparaison.*

Des connaissances mathématiques :

- Il est souvent difficile de distinguer le **réfèrent** (qu'on pourra identifier comme l'élément auquel on compare) du **référé** (qu'on pourra identifier comme celui qu'on compare) car les élèves peuvent confondre des formulations comme « **A a 3 jetons de plus que B** » et « **B a 3 jetons de plus que A** »
- Dans l'expression « **A a 3 jetons de plus que B** », **trois aspects sont à prendre en compte** :
 - identifier **les deux éléments** (A et B)
 - identifier **la relation de comparaison qui les unit** (3 de plus que),
 - traduire cette **relation (l'écart de trois)** par un ajout de 3 (+3) ou un retrait de 3 (-3) selon que l'on parte du référé ou du référent.

La réversibilité

Il est nécessaire de faire jongler les élèves avec les expressions « inverses » comme : si « **A a 3 jetons de plus que B** », alors « **B a 3 jetons de moins que A** ».

- **La traduction mathématique de ces expressions** est souvent difficile pour les élèves.

Au niveau des schémas

- Dans un premier temps, nous utiliserons les schémas avec les expressions « ... **de plus** » et « ... **de moins** » puis nous aborderons les écritures mathématiques « +... » et « -... » pour traduire ces relations.
- Enfin, les schémas favorisent la lecture de ces expressions qui peut se faire dans un sens et dans le sens inverse (que ce soit avec les expressions en langage courant ou en langage mathématique) : la réversibilité est une des caractéristiques des comparaisons : *si A est plus grand que B alors B est plus petit que A*. Les schémas sont un atout privilégié pour jouer avec cette réversibilité.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

Les problèmes de comparaisons additives

C'est une situation où on compare deux états : un référé et un référent. La relation de comparaison est presque toujours donnée par une expression de type « de plus que » ou « de moins que ». C'est une relation statique. Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une addition ou avec une soustraction.

<i>Référent connu, relation connue (plus ou moins), recherche du référé.</i>	
<p>Exemple 9 : Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de plus que Léo. Combien de crayons a Lola ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Léo</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> </div> <div style="font-size: 2em;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">+ 2</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 100px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5 + 2 = ...</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Lola</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">?</div> </div> </div>	<p>Exemple 10 : Léo a 5 crayons. Lola en a 2 de moins que Léo. Combien de crayons a Lola ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Léo</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> </div> <div style="font-size: 2em;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">- 2</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 100px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5 - 2 = ...</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Lola</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">?</div> </div> </div>

<i>Référent et référé connus, recherche de la relation.</i>	
<p>Exemple 11 : Léo a 5 crayons. Lola a 8 crayons. Qui en a le plus ? Combien en plus ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Léo</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> </div> <div style="font-size: 2em;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">+ ?</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 100px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5 + ... = 8</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Lola</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">8</div> </div> </div>	<p>Exemple 12 : Léo a 5 crayons. Lola a 2 crayons. Qui en a le moins ? Combien en moins ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Léo</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5</div> </div> <div style="font-size: 2em;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">- ?</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 100px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5 - ... = 2</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Lola</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">2</div> </div> </div>

<i>Référé et relation connus, recherche du référent.</i>	
<p>Exemple 13 : Léo a des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de plus que Léo. Combien de crayons a Léo ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Léo</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">?</div> </div> <div style="font-size: 2em;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">+ 3</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 100px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">... + 3 = 8</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Lola</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">8</div> </div> </div>	<p>Exemple 14 : Léo des crayons. Lola a 8 crayons. Elle en a 3 de moins que Léo. Combien de crayons a Léo ?</p> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Léo</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">?</div> </div> <div style="font-size: 2em;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">- 3</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 100px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">... - 3 = 8</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="display: flex; flex-direction: column; gap: 10px;"> <div style="display: flex; align-items: center;">Lola</div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; width: 40px; height: 30px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">8</div> </div> </div>