CM1-ACP4 : étudier et schématiser les transformations additives (type II)
Guide pédagogique

Objectifs

- Amener les élèves à dégager des invariants mathématiques d'une situation, pour la représenter par un schéma et identifier des catégories de problèmes dont la structure est dite additive.
- Leur faire prendre conscience qu'un texte de problème peut être remplacé avantageusement par un schéma : c'est une forme d'énoncé non linéaire et visuel qui peut permettre une appréhension plus globale d'où une résolution plus facile.
- Dans cet atelier il s'agit de différencier entre elles les situations de transformations et de distinguer celles qui se résolvent par addition et celles qui se résolvent par une soustraction au-delà des repères linguistiques.

Éclairage didactique

Apprendre à symboliser la réalité est un objectif premier dans les apprentissages mathématiques. En résolution de problème, il s'agit bien souvent de passer d'une représentation langagière à un modèle symbolique mathématique (comme des opérations arithmétiques par exemple). L'une des représentations de la résolution de problèmes, souvent bien installée, chez les élèves, consiste à déterminer au plus vite « la bonne opération » à partir de quelques mots inducteurs de l'énoncé ou de l'opération qui vient juste d'être étudiée en classe (par exemple comme traduire « gagner » par une addition).
L'objectif ici est de conduire les élèves à dépasser cette représentation et à utiliser les caractéristiques des structures des problèmes arithmétiques (ici les transformations).
Dans cet atelier il s'agit d'identifier à la fois :

- si la structure est celle d'une transformation positive ou négative,
- ce qui est recherché : soit l'état final, soit la transformation,
- d'abstraire et de synthétiser ces caractéristiques à l'aide d'un schéma.

En effet, un des avantages des schémas sont qu'ils constituent des modèles de la réalité en « abandonnant » les ressemblances de surface (habillages ou contextes) pour en faire apparaitre des ressemblances structurelles : ils permettent de s'abstraire de la particularité de cette situation et d'en extraire une structure générale (de transformation additive). De plus, un schéma permet une appréhension globale de la situation au contraire du langage naturel qui renvoie à une lecture linéaire des informations. En simplifiant ainsi les situations, un schéma favorise la sélection des informations pertinentes et seulement celles-là.

L'intérêt pédagogique d'apprendre aux élèves à utiliser les schémas est de favoriser l'élaboration progressive de représentations de plus en plus modélisées et de plus en plus abstraites : les schémas fournissent ainsi des supports transitionnels pour articuler les situations concrètes et leur traitement abstrait (par exemple, ici, un calcul mathématique).

Ce traitement peut mobiliser plusieurs types de procédures avant l'utilisation des procédures expertes de l'addition ou de la soustraction : la résolution est fonction de la place de l'élément qui est recherché (état initial, état final, transformation), de la taille des nombres, de la taille de l'écart entre ces nombres ou de la présence de retenues dans les calculs.

Déroulement
Consigne 1

Phase 1 : Lecture des schémas et des énoncés : Travail en petits groupes de 2, 3 ou 4

- Lire les schémas pour en identifier les ressemblances et les différences et les comprendre : expliciter avec eux les façons dont ils interprètent les schémas.
  Lire les énoncés, non pas pour les résoudre spontanément, mais pour en identifier d'abord les ressemblances et les différences. Puis leur demander d'associer les énoncés aux schémas

Phase 2 : Débat
Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves du groupe pour trouver un accord sur :

- les différences et les ressemblances des énoncés : les échanges peuvent porter sur le contexte (histoire de train, de voyageurs, de villes), les situations et les données (pour certaines des voyageurs descendent, pour d'autres ils montent, parfois on sait combien de voyageurs sont présents au départ, parfois à l'arrivée, parfois les deux), on ne recherche pas toujours la même chose (parfois on recherche le nombre de voyageurs à l'arrivée, parfois ce qui s'est passé entre le départ et l'arrivée)
- les associations effectuées avec les schémas : mettre en lien les observations des élèves sur le contexte, les situations et les données, et ce que l'on recherche avec les schémas (par exemple quand on recherche ce qui s'est passé entre le départ et l'arrivée, dans le schéma il y a un ? et les données numériques sont placées à chaque extrémité de la flèche). Dans le schéma, on ne parle plus du contexte (les trains, les villes, les voyageurs), on a fait abstraction de l'habillage.

Phase 3 : Résolution collective puis individuelle
La résolution des problèmes par le calcul est d'abord collective. Une trace écrite individuelle peut être demandée et elle peut prendre la forme suivante : on peut fermer le tableau et demander aux élèves de retrouver les liens et les résultats trouvés collectivement.

Consigne 2
Reprendre les différentes phases liées à la consigne 1 avec la difficulté supplémentaire, qu'il y a 2 transformations qui s'enchaînent : les élèves devront les reconnaitre en s'appuyant particulièrement sur des repères temporels et spatiaux. Par exemple, il serait utile de **mettre dans chaque schéma le nom des 3 villes à leur place** pour favoriser l'organisation temporelle et éviter les confusions dans les questions posées. Pour tous les problèmes, s'appuyer sur le schéma est une aide très utile pour faire les calculs.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir au niveau **:**

- <u>**De la représentation de la tâche**</u>

L'élève doit éviter de se précipiter dans la résolution : la tâche consiste avant tout à identifier les différences entre les schémas et entre les énoncés pour trouver les caractéristiques de cette structure additive.
Il risque d'être nécessaire à un moment donné de l'atelier « d'empêcher » les élèves de donner l'opération afin de les recentrer sur la structure elle-même.

- <u>**De la compréhension des textes**</u>
  - Pour identifier les évènements indiqués dans les énoncés et les endroits où ils ont lieu
  - Pour repérer le déroulement temporel de ces événements et le représenter sur un axe des temps : les lieux et le nombre de voyageurs au départ, le lieu et le nombre de voyageurs à l'arrivée, et enfin, ce qui se passe à l'une ou l'autre des gares ou stations (montée ou descente).

- <u>**De la compréhension des schémas**</u>

Repérer la façon de traduire le déroulement temporel sur un axe horizontal orienté, la signification des points d'interrogation et leur place, la diversité des schémas mettant en jeu les mêmes nombres mais à des places différentes

- <u>**Des connaissances mathématiques :**</u>
  Bien que le domaine numérique soit adapté selon les groupes *ou **, certains élèves peuvent avoir des difficultés à mettre en place des stratégies de calculs : par exemple lorsque les nombres sont plus grands ou si l'écart entre les nombres est grand.

Ce que l'élève doit savoir faire

Ce n'est pas seulement **une résolution numérique des situations** qui est attendue mais plutôt que l'élève apprenne à :

- Se faire une représentation mentale de la tâche
- Justifier ses choix en identifiant les caractéristiques des schémas et des énoncés
- Se construire un répertoire de situations additives avec des schémas correspondant pour simplifier les situations et les relations entre les données (plus particulièrement au niveau du déroulement temporel).

Rôle de l'enseignant

Il s'agit d'amener les élèves à expliciter leurs choix et à identifier les éléments qui leur~~s~~ ont permis de relier tel énoncé avec tel schéma.

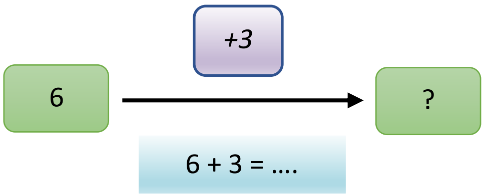
Prolongements de la séance
Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entrainer.

Les problèmes de transformations

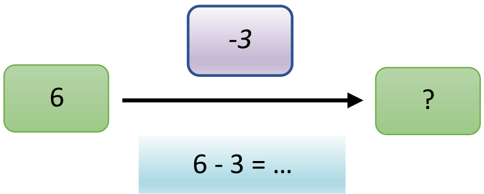
Une transformation opère sur un état initial pour donner un état final. C'est une composition dynamique qui relie des éléments en faisant intervenir une composante temporelle. Cette transformation peut être positive (une augmentation) ou négative (une diminution).
Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une addition ou avec une soustraction.

Etat initial connu, augmentation (ou diminution) connue, recherche de l'état final.

Exemple 1 : Max avait 6 crayons. Lola lui en donne 3.
Combien en a-t-il maintenant ?

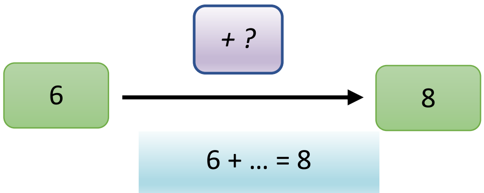


Exemple 2 : Max avait 6 crayons. Il en donne 3 à Lola.
Combien en a-t-il maintenant ?

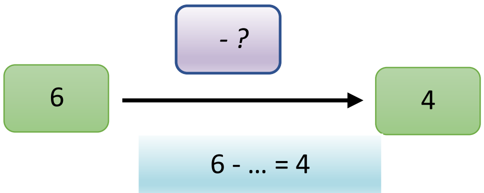


Etat initial connu, état final connu, recherche de la transformation (augmentation ou diminution).

Exemple 3 : Max avait 6 crayons le matin. Lola lui en donne et le soir il en a 8.
Combien Lola lui en a-t-elle donné ?

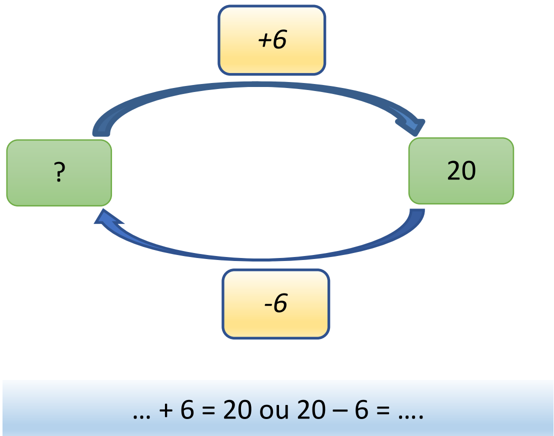


Exemple 4 : Max avait 6 crayons le matin. Il en donne à Lola et après, il en a 4.
Combien en a-t-il donné à Lola ?

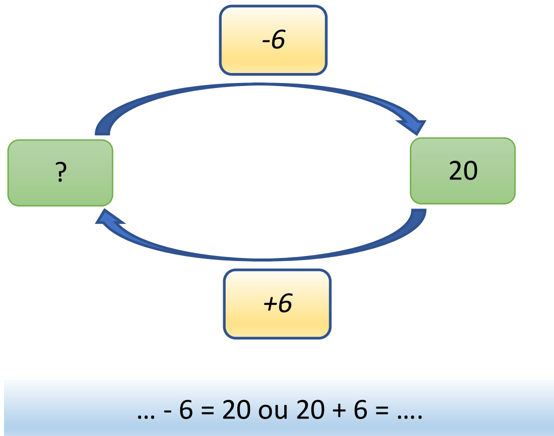


Transformation connue (augmentation ou diminution), état final connu, recherche de l'état initial.

Exemple 5 : Max avait des crayons le matin. Lola lui en donne 6 et le soir, il en a 20.
Combien avait-il de crayons le matin ?



Exemple 6 : Max avait des crayons le matin. Il en donne 6 à Lola et le soir, il en a 20.
Combien avait-il de crayons le matin ?



Ces transformations peuvent être composées entre elles donnant ainsi une multitude d'autres problèmes possibles. Par exemple, si on les compose par deux, on peut avoir à la suite l'une de l'autre, 2 transformations positives ou 2 transformations négatives ou 1 transformation positive suivie d'une transformation négative et vice versa.

Un exemple d'un affichage fait en classe