

ACP3-CM1 : identifier les transformations et compositions additives (type II)

Guide pédagogique

Objectifs

- Amener les élèves à dégager des invariants mathématiques pour identifier des catégories de problèmes dont la structure est dite additive, et y classer des problèmes nouveaux.
- Dans cet atelier il s'agit de différencier les situations de **transformations** de celles qui relient **des parties et un tout** (compositions d'états).

Éclairage didactique

L'une des représentations de la résolution de problèmes, souvent bien installée, chez les élèves, consiste à déterminer au plus vite « la bonne opération » à partir de quelques mots inducteurs de l'énoncé ou de l'opération qui vient juste d'être étudiée en classe.

L'objectif ici est de conduire les élèves à dépasser cette représentation et à construire et utiliser des répertoires de situations plus efficaces.

En effet, la recherche de la structure (ici transformation ou composition d'état- parties et un tout) est une étape dans la résolution qui évite de traduire trop rapidement un mot par une opération mathématique (par exemple comme passer de « gagner » à une addition), stratégie qui ne constitue une stratégie efficace que dans très peu de situations. Une fois la structure identifiée, plusieurs procédures de résolution méritent d'être testées avant l'utilisation des procédures expertes de l'addition ou de la soustraction.

Déroulement

Phase 1

Lire les problèmes, non pas pour les résoudre, mais pour les classer en deux catégories de problèmes : les transformations et les compositions d'états (plusieurs parties et un tout).

Phase 2

Instaurer un débat à partir des hypothèses proposées par les élèves du groupe pour trouver un accord et en extraire des caractéristiques de chaque classe (transformation, composition, voir page 3).

Phase 3

Trace écrite individuelle libre : chacun doit retrouver dans quelle classe il range les problèmes.

La résolution par le calcul n'est pas le but de l'activité mais peut être effectuée lorsque les élèves se sont approprié la classification des problèmes.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir au niveau :

- **De la représentation de la tâche :**

L'élève doit se représenter la tâche (reconnaître la structure du problème) et ne pas s'enfermer dans des classements sémantiques (les problèmes de billes ensemble, les problèmes de fleurs ensemble...) ni dans un classement selon les opérations mathématiques (addition ou soustraction).

Il risque d'être nécessaire à un moment donné de l'atelier « d'empêcher » les élèves de donner l'opération afin de les recentrer sur la structure elle-même.

- **Des connaissances linguistiques pour caractériser**

- *Les transformations* : le déroulement temporel indiqué par les temps des verbes différents ou les locutions adverbiales (avant/après, au début/à la fin, le matin/l'après-midi, hier/aujourd'hui ...) et l'aspect réversible indiqué par des verbes d'action réversibles (gagner/perdre, avancer/reculer, augmenter/diminuer...)
- *Les compositions d'états* : l'aspect de simultanéité, la présence d'un tout indiquée par des mots comme ensemble, en tout ..., la présence de parties indiquées ou non (des perles rouges ou bleues, des garçons ou des filles, des élèves dans ou hors de la classe...)

- **Des connaissances mathématiques :**

Bien que le domaine numérique soit adapté selon le groupe *ou le groupe **, certains élèves peuvent avoir des difficultés à mettre en place des stratégies de calculs : par exemple lorsque les nombres sont plus grands ou si l'écart entre les nombres est grand (il est plus facile de calculer l'écart entre 58 et 55 qu'entre 34 et 5).

Ce que l'élève doit savoir faire

Ce n'est pas **une résolution numérique des situations** qui est attendue mais plutôt que l'élève apprenne à :

- se faire une représentation mentale de la tâche,
- justifier ses choix en identifiant les caractéristiques des deux catégories,
- se construire un répertoire de situations additives avec déjà deux catégories : transformations et compositions d'états.

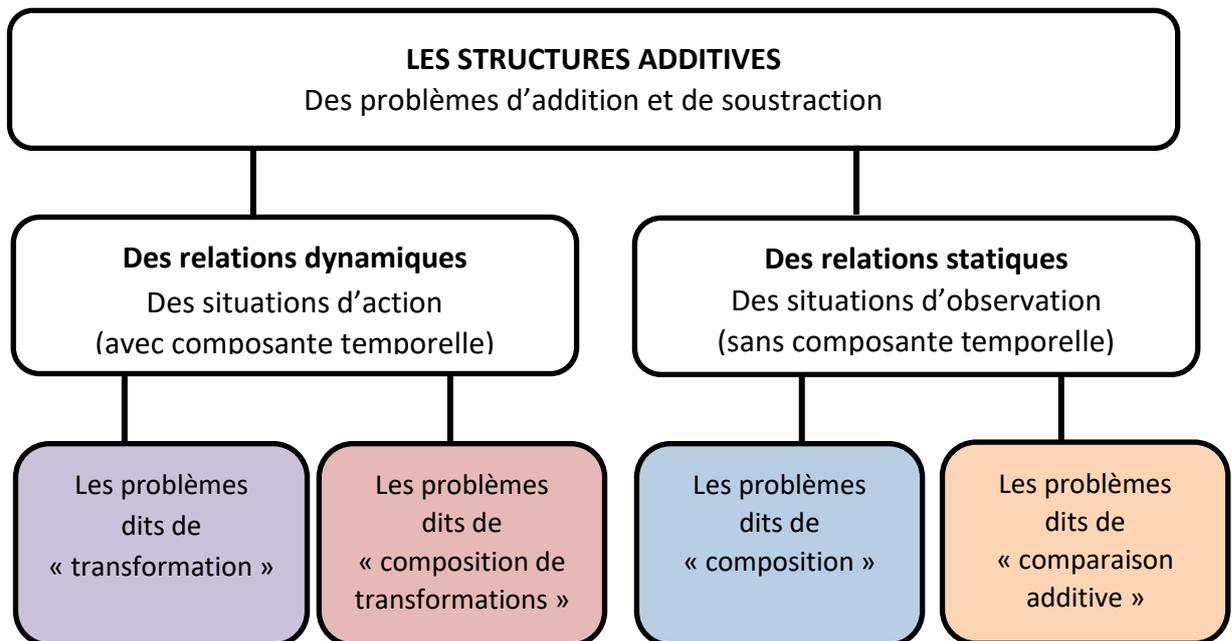
Rôle de l'enseignant

Il s'agit d'amener les élèves à expliciter leurs choix et à identifier les éléments qui leurs ont permis de reconnaître à quelle catégorie appartiennent les problèmes.

Prolongements de la séance

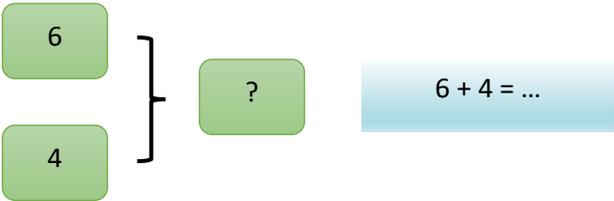
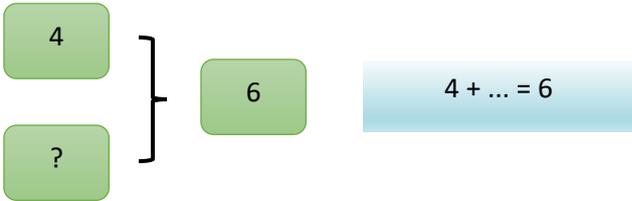
Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

Rappel sur les structures additives



Les problèmes de composition d'états (partie – partie-tout)

On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs : deux états se composent pour donner un troisième état. Il s'agit d'une composition statique qui relie des éléments simultanés : les parties et le tout. Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une addition ou avec une soustraction.

<i>Les deux parties connues, recherche du tout.</i>	<i>Une partie et le tout connus, recherche de l'autre partie.</i>
<p>Exemple 7 : Léo a 6 billes bleues et 4 billes rouges. Combien a-t-il de billes en tout ?</p> 	<p>Exemple 8 : Léo a 6 billes. 4 de ses billes sont bleues et les autres sont rouges. Combien a-t-il de billes rouges ?</p> 

Les problèmes de transformations

Une transformation opère sur un état initial pour donner un état final. C'est une composition dynamique qui relie des éléments en faisant intervenir une composante temporelle. Cette transformation peut être positive (une augmentation) ou négative (une diminution).

Etat initial connu, augmentation (ou diminution) connue, recherche de l'état final.	
<p>Exemple 1 : Max avait 6 crayons. Lola lui en donne 3. Combien en a-t-il maintenant ?</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	<p>Exemple 2 : Max avait 6 crayons. Il en donne 3 à Lola. Combien en a-t-il maintenant ?</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>

Etat initial connu, état final connu, recherche de la transformation (augmentation ou diminution).	
<p>Exemple 3 : Max avait 6 crayons le matin. Lola lui en donne et le soir il en a 8. Combien Lola lui en a-t-elle donné ?</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	<p>Exemple 4 : Max avait 6 crayons le matin. Il en donne à Lola et après, il en a 4. Combien en a-t-il donné à Lola ?</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>

Transformation connue (augmentation ou diminution), état final connu, recherche de l'état initial.	
<p>Exemple 5 : Max avait des crayons le matin. Lola lui en donne 6 et le soir, il en a 20. Combien avait-il de crayons le matin ?</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px; background-color: #e1eef6; padding: 5px;"> $... + 6 = 20 \text{ ou } 20 - 6 = ...$ </div>	<p>Exemple 6 : Max avait des crayons le matin. Il en donne 6 à Lola et le soir, il en a 20. Combien avait-il de crayons le matin ?</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px; background-color: #e1eef6; padding: 5px;"> $... - 6 = 20 \text{ ou } 20 + 6 = ...$ </div>