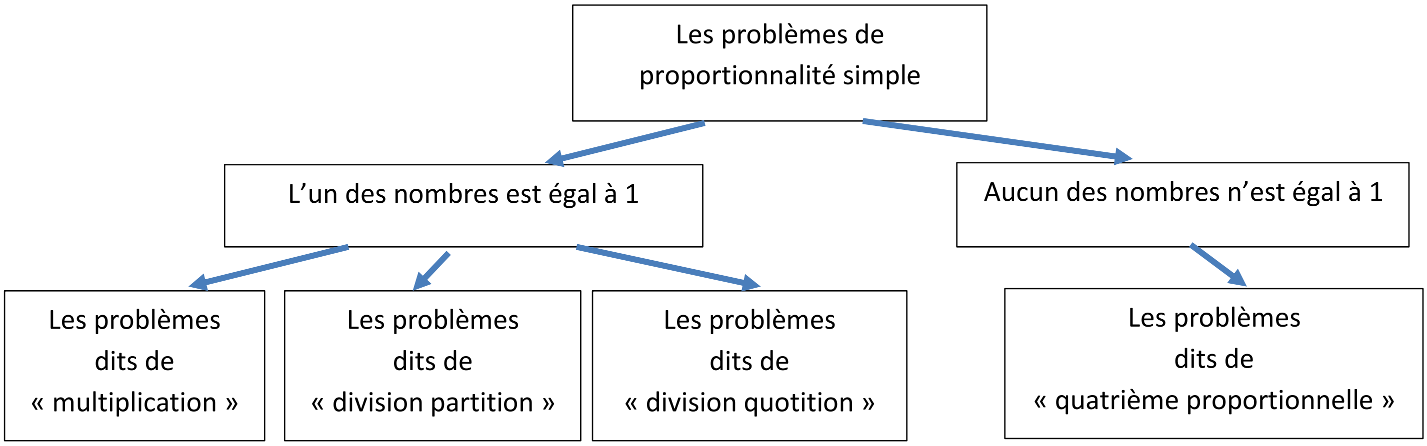
Objectifs

- Sélectionner et traiter des informations à partir d'un document lié à la vie réelle (recette).
- Réinvestir la mise en tableaux des problèmes (passage de deux grandeurs à plusieurs grandeurs).
- Passer d'un tableau à un autre.
- Identifier les rapports entre lignes ou entre colonnes.
- Utiliser ces rapports pour résoudre les problèmes.

Éclairage didactique

Précédemment, nous avons travaillé les problèmes multiplicatifs quaternaires (branche de gauche du schéma ci-dessous) en apprenant à les représenter dans des tableaux. Nous poursuivons ce travail en demandant aux élèves d'utiliser ces tableaux pour résoudre les problèmes de proportionnalité (branche de droite du schéma ci-dessous) : les élèves sont amenés à chercher le rapport entre les nombres, mais sans un passage obligatoire par l'unité (la recherche du « 1 » n'étant pas une procédure obligatoire ni toujours la plus pertinente).



Autour des problèmes

Quelle que soit la fiche travaillée, tous les problèmes 1 illustrent une relation de proportionnalité entre un ingrédient de la recette et, soit le nombre de personnes (fiche *, fiche **, fiche sup *), soit le nombre de brioches (fiche sup **).

Exemple : dans la fiche élève *, les élèves doivent trouver le nombre d'œufs nécessaires à la confection d'une mousse au chocolat pour 15 personnes ou 9 personnes. Ils ont comme donnée : *pour 3 personnes, on utilise 2 œufs.*

Pour résoudre ce problème, les élèves peuvent utiliser le rapport de comparaison multiplicatif (x 5) entre 3 et 15, sans avoir recours au passage à 1 qui correspondrait à 2/3 d'œuf par personne.

	Nombre de personnes	Nombre d'œufs	
x 5	3	2	x
	15	……	

D'autre part, il est intéressant de faire remarquer aux élèves que l'utilisation des tableaux et des rapports dans ces tableaux permet de trouver des rapports qui ne sont pas évidents spontanément comme de 4 à 6 (fiche *) ou de 8 à 30 (fiche **). Le calcul de rapports intermédiaires « simples » permet ce passage rapidement sans passer par « 1 » ni chercher des rapports fractionnaires ou décimaux. D'où l'intérêt de bien maitriser ce qui a été travaillé dans les ACP précédents, à savoir, choisir les rapports dans un sens ou dans un autre selon la facilité des calculs.

Exemples

Dans la fiche * : pour calculer le nombre d'œufs en passant de 4 personnes (2 œufs) à 6 personnes : si on voulait passer par 1, il faudrait diviser 2 par 4 (le rapport est de 0,5) pour ensuite multiplier 0,5 par 6.

Un calcul plus facile (parce qu'entre entiers) consiste à passer, par exemple, de 4 à 12 en multipliant par 3, puis de 12 à 6 en divisant par 2.

Autour des problèmes 2, 3 ou 4

Quelle que soit la fiche travaillée, ces problèmes ont pour but d'introduire d'autres grandeurs et d'autres mesures intervenant dans la recette donc d'inviter les élèves à agrandir leurs tableaux. Il y a alors proportionnalité entre le nombre de personnes (ou cookies, brioches, gaufres) et chacun des ingrédients des recettes.

Déroulement

Phase 1 : Distribuer la fiche élève et lire la recette.

Phase 2 : Les élèves lisent le problème 1 et essaient d'y répondre. Ce travail peut se faire en binôme. Ou en groupes de 3 ou 4.

Phase 3 : Organiser les échanges autour de :
- leur choix de tableau : ce sont 2 tableaux qui ont l'air différent mais en réalité correspondent à 2 façons de représenter les informations de façon similaire ; identifier cette similitude
- leur choix des flèches : repérer les flèches horizontales ou verticales dans les 2 tableaux.

Puis faire remarquer que :
- Entre 2 mesures différentes (lignes dans tableau 1 ou colonnes dans le tableau 2) une seule flèche est possible donc un seul rapport est à trouver.
- Par contre, il y a multiplicité de rapports entre les différentes mesures d'une même grandeur (entre les colonnes du tableau 1 ou entre les lignes du tableau 2). Il est donc utile de choisir les rapports qui facilitent les calculs. Par exemple de 8 à 12 ce n'est pas un rapport « facile » à calculer (x 1,5) alors qu'entre 4 et 12 c'est un rapport « facile » (x 3).

Phase 4 : lire le problème 2 en agrandissant les tableaux pour introduire les mesures d'une deuxième grandeur.

Phase 5 : lire les problèmes 3 ou 4 en agrandissant l'un des tableaux pour introduire encore les mesures d'autres grandeurs (tous les ingrédients de la recette).

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir au niveau de :
- La mise en tableau d'un problème (avec deux ou plusieurs grandeurs)
- La lecture du tableau pour plusieurs grandeurs
- Le passage d'un tableau avec lecture horizontale à un tableau avec lecture verticale
- Les calculs des rapports
- Les calculs des mesures (permettre dans ce cas l'utilisation d'une calculatrice)
- L'emploi ou non des propriétés de linéarité
- L'emploi du coefficient de proportionnalité peut faire obstacle tant que la multiplication par un décimal n'est pas acquise

Attention : l'utilisation du produit en croix, qui est aussi une procédure de résolution, est à éviter à l'école primaire.

Différenciation :

Selon les performances des élèves, proposer plus ou moins de problèmes, varier
- La grandeur des nombres utilisés
- Le nombre d'ingrédients dans la recette
- La grandeur du rapport entre les nombres la taille des nombres.

Pour les élèves ** prendre tous les problèmes proposés.

Rôle de l'enseignant

Aider les élèves à argumenter leurs choix et à organiser leur démarche pour répondre aux questions en s'appuyant sur les échanges qui ont eu lieu au cours du débat.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entrainer.

Les différentes méthodes de résolution des problèmes de proportionnalité

Diverses procédures de résolution d'un problème de proportionnalité

Problème 4 : *Un bouquet de 10 roses coûte 30 €.* ***Combien coûte 1 bouquet de 15 roses ?***

Première méthode : utiliser des rapports de comparaison « simples » à l'intérieur d'un même domaine *: par exemple : 2 et x 3.*

Nombre de roses	Prix en euros
10	30
5	15
15	45

: 2

x 3

Calcul vertical 1

Colonne de gauche	Colonne de droite
5 roses c'est 2 fois moins que 10 roses.	5 roses coûtent 2 fois moins cher que 10 roses
On trouve le rapport → **: 2**	
15 roses c'est 3 fois plus que 5 roses.	15 roses coûtent 3 fois plus cher que 5 roses
On trouve le rapport → **x 3**	

30 : 2 = 15 puis 15 x 3 = 45

Deuxième méthode : utiliser des rapports de comparaison à l'intérieur d'un même domaine en faisant référence à l'unité.

Nombre de roses	Prix en euros
10	30
1	3
15	45

: 10

x 15

Calcul vertical 2

Colonne de gauche	Colonne de droite
1 rose c'est 10 fois moins que 10 roses.	1 rose coûte 10 fois moins cher que 10 roses
On trouve le rapport → **: 10**	
15 roses c'est 15 fois plus que 1 rose.	15 roses coûtent 15 fois plus cher que 1 rose
On trouve le rapport → **x 15**	

30 : 10 = 3 puis 3 x 15 = 45

Troisième méthode : rechercher la fonction linéaire entre les 2 domaines de grandeur (entre les colonnes du tableau).

x 3

Nombre de roses	Prix en euros
10	30
15	?

x 3

Calcul horizontal 3

1. On cherche le coefficient de proportionnalité entre les 2 domaines de grandeur (1^{e} ligne).
   On trouve le coefficient x 3 car 10 x 3 = 30
2. On utilise ce coefficient dans la 2^{e} ligne
3. 15 x 3 = 45

Il est aussi possible de présenter les tableaux dans l'autre sens. Le calcul est le même. 15 x 3 = 45

Nombre de roses	10	15
Prix en euros	30	?

x 3

Le prix de 15 roses est de 45 €