

CM1-ACP14 : étudier les comparaisons multiplicatives (type II) Guide pédagogique

Objectifs

- approfondir le travail sur les problèmes de comparaison additive et leur schématisation
- identifier les 3 éléments importants d'un problème de comparaison :
 - Les 2 éléments de la comparaison : **le référent** (ou le nombre à qui on compare) et **le référé**
 - La relation entre ces 2 éléments : **le rapport**
- Comprendre et utiliser l'écriture mathématique de cette relation : soit avec x , soit avec $:$
- Reconnaître et utiliser son aspect réversible.

Éclairage didactique

Ce travail continue le travail engagé en ACP13.

-La première difficulté dans les problèmes de comparaison réside dans l'identification des 2 éléments d'une comparaison (qu'elle soit additive ou multiplicative) : le référent et le référé.

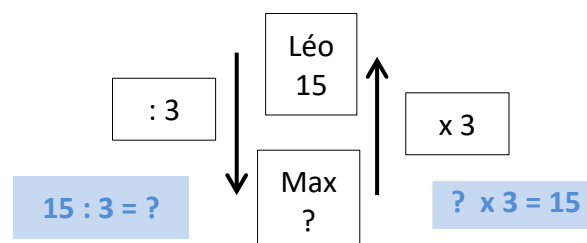
Notons que les termes *référent* et *référé* ne sont pas employés avec les élèves ; il s'agit pour les élèves de s'aider des schémas verticaux et de trouver la place de l'élément que l'on cherche. Il est possible de leur faire remarquer que la comparaison s'effectue « par rapport à » ou « en référence à » une quantité : cette référence est indiquée au niveau linguistique par le « *que* » : dans l'expression « *A a 3 fois plus que B* » on compare A par rapport à B, c'est B la référence et il est cité après le « *que* ».

-Ensuite, la deuxième difficulté consiste à repérer le nombre que l'on cherche : soit concernant l'un des deux éléments, soit la relation. Notons que la recherche du référent est plus difficile que celle du référé et même que la recherche de la relation. C'est ce qui motive notre travail sur la réversibilité des relations.

En effet, grâce à la réversibilité des relations, deux énoncés différents peuvent correspondre à un même problème. Pour cela, l'utilisation des schémas est un atout. Ainsi, ces derniers permettent de choisir le sens des flèches en fonction du calcul à effectuer, en évitant alors d'avoir à différencier le référé du référent : la flèche à privilégier en général est celle qui part d'un nombre connu et non pas d'un point d'interrogation.

<p>Énoncé 1 Léo a 15 billes. Max en a 3 fois moins que Léo. Combien Max a-t-il de billes ?</p>	<p>Ou</p>	<p>Énoncé 2 Léo a 15 billes. Léo a 3 fois plus de billes que Max. Combien Max a-t-il de billes ?</p>

L'énoncé 2 (recherche du référent) est souvent plus difficile à traiter que l'énoncé 1 (recherche du référé) ; c'est pourquoi il est pertinent d'entraîner les élèves à utiliser la réversibilité pour se ramener à une situation où c'est le référé qui est recherché. Ainsi, chacun de ces deux problèmes peut se résoudre en utilisant l'une ou l'autre équation : $15 : 3 = ?$ ou $? \times 3 = 15$. Un élève peut se sentir plus à l'aise avec l'une ou l'autre équation.

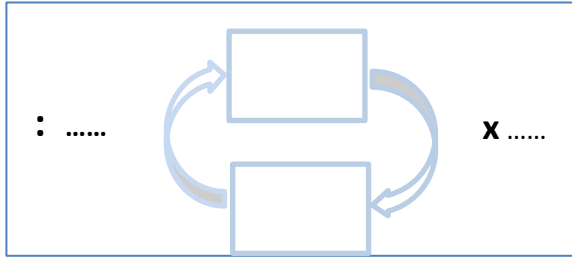


Dans cet exemple, la flèche de gauche est plus facile à utiliser car elle part d'un nombre connu (15).

Enfin, il est important de mettre en valeur que la division par 3 est l'opération inverse de la multiplication par 3

Déroulement

Phase 1 collectivement : reprendre un problème de l'ACP 13 ou s'appuyer sur une affiche faite en classe pour compléter les schémas de comparaison multiplicative correspondant

**Phase 2 par petits groupes**

Exemple d'un problème : *Le frère de Natacha a 52 billes. Il a 4 fois moins de billes que Natacha. Combien de billes a Natacha ?*

Faire remplir le schéma vide et l'utiliser pour énoncer le même problème de 2 façons différentes selon qu'on lit les flèches dans un sens ou dans l'autre.

Cette phase de lecture et de transcription de l'énoncé sur le schéma peut être organisée en deux temps : un premier temps de lecture individuelle pour permettre aux élèves de s'approprier la tâche, puis un second temps en petits groupes, au cours duquel les élèves accomplissent la tâche demandée.

Faire faire la recherche aux élèves en groupes de 3 ou 4 pour favoriser les échanges entre eux.

Faire une mise en commun en insistant sur la réversibilité du schéma et sur les formulations mettant en évidence la réversibilité :

Le frère de Natacha a 52 billes. Natacha a 4 fois plus de billes que son frère. Combien de billes a Natacha ?

Recommencer avec chaque problème.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir pour caractériser les comparaisons multiplicatives au niveau :

Des connaissances linguistiques :

Les formulations utilisant les expressions « *fois plus que* » ou « *fois moins que* » sont difficiles à distinguer pour les élèves et risquent d'être confondues avec « *de plus que* » et « *de moins que* ».

Des connaissances linguistiques et mathématiques :

- Il est souvent difficile pour les élèves de ne pas confondre le **réfèrent** (qu'on pourra identifier comme l'élément auquel on compare, la référence, celui cité après le « que ») avec le **référé** (qu'on pourra identifier comme celui qu'on compare) car les élèves peuvent confondre des formulations comme « *A a 3 fois plus de jetons que B* » et « *B a 3 fois plus de jetons que A* »

- Dans l'expression « *A a 3 fois plus de jetons que B* », trois aspects sont à prendre en compte :

- Identifier **les deux éléments** (A et B)
- Identifier **la relation de comparaison qui les unit** (3 fois plus que),
- Traduire cette **relation (le rapport par trois)** par une multiplication par 3 (**x3**) ou une division par 3 (**: 3**) selon que l'on parte du référé ou du réfèrent.

- **La réversibilité** Il est nécessaire de faire jongler les élèves avec les expressions « inverses » comme : si « *A a 3 fois plus de jetons que B* », alors « *B a 3 fois moins de jetons que A* ».

Des connaissances purement mathématiques :

La traduction mathématique de ces expressions est encore plus difficile que pour les comparaisons additives. En effet, on entend « *plus* » dans l'expression « *fois plus* » et on ne traduit pas cela en maths par une addition mais par une multiplication. Pire encore, on traduit en maths l'expression « *fois moins* » par une division et non pas par une multiplication comme pourrait le laisser entendre le mot « *fois* », ni par une soustraction comme pourrait le laisser entendre le mot « *moins* ».

Au niveau des schémas

- Dans un premier temps, nous utiliserons les schémas avec les expressions « *fois plus que* » et « *fois moins que* » puis nous aborderons les écritures mathématiques avec les signes x et : pour traduire ces relations.
- Enfin, les schémas favorisent la lecture de ces expressions qui peut se faire dans un sens et dans le sens inverse (que ce soit avec les expressions en langage courant ou en langage mathématique) : la réversibilité est une

des caractéristiques des comparaisons : *si A est plus grand que B alors B est plus petit que A*. Les schémas sont un atout privilégié pour jouer avec cette réversibilité et faciliter les calculs selon le sens des flèches.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer aux élèves, systématiquement, chaque jour, **au moins 2 problèmes à résoudre** pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.

Les problèmes de comparaisons multiplicatives

La relation multiplicative est établie entre deux grandeurs ou entre deux mesures de grandeur de même nature. C'est une comparaison qui relie deux états : un référé et un référent. La relation de comparaison est statique et presque toujours donnée par une expression de type « fois plus que » ou « fois moins que ». Ce sont des problèmes ternaires.

Suivant la place du nombre sur lequel porte la question, on opérera avec une multiplication ou avec une division.

Rapport connu, recherche d'une des grandeurs.	
<i>Recherche du référé</i>	
<p>Exemple 1 : Léo a 15 billes. Max en a 3 fois plus que Léo. Combien Max a-t-il de billes ?</p> <p>Léo 15 ↓ x 3 15 x 3 = ...</p> <p>Max ?</p>	<p>Exemple 2 : Léo a 15 billes. Max en a 3 fois moins que Léo. Combien Max a-t-il de billes ?</p> <p>Léo 15 ↓ : 3 15 : 3 = ...</p> <p>Max ?</p>
<i>Recherche du référent</i>	
<p>Exemple 3 : Max a 3 fois plus de billes que Léo. Max a 15 billes. Combien Léo a-t-il de billes ?</p> <p>Léo ? ↓ x 3 15 = ... x 3</p> <p>Max 15</p>	<p>Exemple 4 : Max a 3 fois moins de billes que Léo. Max a 15 billes. Combien Léo a-t-il de billes ?</p> <p>Léo ? ↓ : 3 ... : 3 = 15</p> <p>Max 15</p>
Grandeurs connues, recherche du rapport.	
<p>Exemple 5 : Lola a 6 crayons. Nora en a 18. Qui en a le plus ? Combien de fois plus ?</p> <p>Lola 6 ↓ x ? 6 x ... = 18</p> <p>Nora 18</p>	<p>Exemple 6 : Lola a 16 crayons. Nora en a 8. Qui en a le moins ? Combien de fois moins ?</p> <p>Lola 16 ↓ : ? 16 : ... = 8</p> <p>Nora 8</p>