

Objectifs

- Généraliser les problèmes de composition (3 parties).
- Utiliser un schéma pour comprendre et identifier la structure du problème.

Éclairage didactique

Arrivés à ce stade de la compréhension des structures de problèmes additifs, les élèves sont confrontés à des problèmes différents de ceux qu'ils ont étudiés jusqu'à maintenant.

En effet il s'agit encore de problèmes d'ânes (de composition). Mais au lieu d'avoir deux parties et un tout, il y a à chaque fois trois quantités qui sont rassemblées et donc 3 parties et un tout.

Exemple : *La maman de Clara achète un cartable à 30 euros, un livre à 12 euros et un classeur à 8 euros. **Combien coûtent ces achats ?***

Il y a bien des façons de schématiser ce problème pour s'en faire une représentation afin de le comprendre :

Première façon de comprendre le problème

En faisant deux schémas successifs :

- Un premier schéma d'âne à deux parties où l'on connaît les deux parties (qui correspondent par exemple aux quantités 12 et 8), et où on cherche le prix de l'ensemble du livre et du classeur ($12 + 8 = ?$; $? = 20$).
- Puis un deuxième schéma d'âne pour calculer le prix de l'ensemble de tous les achats (on connaît les deux parties qui correspondent à la quantité 20 que l'on vient de calculer et à la quantité 30) et où on cherche le tout ($30 + 20 = ?$; $? = 50$)

On peut alors répondre au problème : l'ensemble des achats coûtent 50 euros.

Deuxième façon de comprendre le problème Une autre façon de schématiser le problème pour le comprendre, beaucoup plus « économique », consiste à généraliser le schéma « ânes » et à proposer un schéma d'un âne à 3 paniers. Deux cas peuvent se produire : on connaît les 3 parties et on cherche le tout ; ou on connaît 2 parties et le tout et on cherche la troisième partie (ces deux cas sont étudiés en phase 1).

Dans la phase 2, on propose un deuxième niveau de schématisation pour aller vers la résolution et un calcul direct avec 4 nombres : les équations ou écritures mathématiques pourront être résolues à l'aide ou non d'un schéma de calcul (en barres ou linéaire). Comme dans les ACP précédents, l'utilisation de ce type de schéma permet de faciliter les liens entre les nombres donc les calculs : soit en 1 étape soit en 2 étapes, avec une addition, une addition à trou ou encore avec une soustraction.

Matériel pour 2 ou 3 élèves

Une affiche par groupe d'élèves.

Phases 1 et 2 : une fiche-élèves et des problèmes à afficher.

Phase 3 : une fiche-élèves et des problèmes à afficher .

Déroulement : Recherche par groupes de 2 ou 3.

Phase 1 : comprendre et représenter le problème avec un schéma

Consigne : associez les énoncés-problèmes (de composition) aux schémas.

Temps 1

Laisser les groupes d'élèves observer un problème (par exemple le problème 1).

L'enseignant affiche le problème 1 au tableau, le lit et demande aux élèves de chercher de quel type de problème il s'agit et d'essayer d'utiliser des schémas pour le représenter.

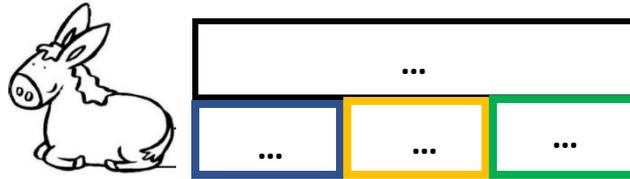
Dans ce premier temps, on laissera les élèves trouver une possibilité de schéma pour comprendre la situation sans intervenir avant les échanges.

Mise en commun : Points à aborder dans les échanges par l'enseignant :

De quel type de problème il s'agit ? Une fois que les élèves sont d'accord sur le fait qu'il s'agit d'un problème d'ânes, Combien y a-t-il de parties dans ce problème ? quel est le tout ? où retrouve-t-on cela dans l'énoncé ? Peut-on utiliser un schéma d'ânes classique ? l'enseignant peut aussi afficher un schéma de résolution d'ânes et faire apparaître les ressemblances (des parties et un tout) et les différences (il n'y a plus deux parties mais trois parties).

Afficher et lire les 3 autres problèmes. *Sont-ils du même genre que les problèmes précédents ?*

Arriver à la conclusion que ce sont tous des problèmes d'ânes où il y a trois parties et un tout et où on connaît 3 éléments et il faut trouver le quatrième (soit le tout, soit une partie). Laisser les élèves faire différentes propositions de schémas. On pourra aboutir à l'utilisation d'un schéma tel que celui-ci-dessous (avec ou sans le dessin de l'âne, en coloriant ou non les parties).



Temps 2

L'enseignant peut alors afficher les énoncés et les 3 schémas, distribuer les problèmes découpés et une affiche (ou la fiche-élèves dont seules les deux premières colonnes sont à remplir). L'enseignant lit un par un les problèmes affichés au tableau.

Consigne : en face de chaque schéma vous allez retrouver le problème qui lui correspond. Finissez alors de compléter certains schémas.

Mise en commun

Mettre les affiches au tableau avec le problème retenu par les différents groupes en face du schéma choisi et complété, pour pouvoir engager le débat avec des questions comme : *Est-ce que tout le monde est d'accord ? Comment le savez-vous ?*

Analyser les associations et demander aux élèves de justifier leurs choix.

Points à aborder dans les échanges par l'enseignant :

- ▶ Revenir aux problèmes. Par exemple les problèmes 1 et 4 se ressemblent. Au niveau des quantités (12 masques de souris et 8 masques de chats d'une part et 12 pommes vertes et 8 pommes rouges d'autre part). Par contre ils ont des différences au niveau de la question posée : dans le problème 4 on cherche une partie, dans le problème 1 on cherche le tout.
- ▶ Revenir aux liens entre le texte et les schémas : dans certains schémas le point d'interrogation est sur le tout, dans d'autres dans un des paniers (une des parties de l'âne).
- ▶ Instaurer le même type de débat pour les problèmes 2 et 3 et les schémas C et D. Le travail sera un peu plus difficile car les schémas C et D doivent être en plus complétés. Il y a, à chaque fois, un panier à remplir sur les schémas avant de compléter le tableau.

Phase 2 : calculer et résoudre le problème

Prendre les tableaux des fiches-élèves pour demander aux élèves de remplir les écritures mathématiques à partir des schémas remplis et les calculs pour résoudre les problèmes.

Mise en commun :

Les échanges porteront sur le fait que les équations à trouver sont différentes de celles vues jusqu'à présent car elles sont constituées de 4 nombres mais il y a toujours un point ? qu'il faut bien placer. Les schémas de compréhension facilitent ces écritures mathématiques. Enfin, les calculs seront améliorés par les schémas déjà rencontrés mais avec 4 bandes au lieu de 3.

| Schéma complété de A | Laisser les élèves s'exprimer et arriver à la conclusion que : | | | | | | |
|---|--|----------|--|-----------|-----------|----------|---|
| <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="3" style="text-align: center; padding: 5px;">52</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">10</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">12</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">?</td> </tr> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">La nouvelle écriture mathématique contient 4 nombres : 10 + 12 + ? = 52</p> | 52 | | | 10 | 12 | ? | <ul style="list-style-type: none"> ➤ Dans ce schéma on ne voit plus l'âne, ni les 3 paniers représentés par des cases en couleur. ➤ Le schéma est simplifié mais il contient 4 emplacements permettant de mettre les nombres donnés et le nombre à chercher. ➤ Ce schéma permet de calculer : on connaît la quantité totale et deux quantités et on cherche la troisième quantité (la 3^{ème} partie). |
| 52 | | | | | | | |
| 10 | 12 | ? | | | | | |

Phase 3 : réinvestissement des schémas avec d'autres problèmes de composition à 3 parties.

Afficher les énoncés de problèmes, distribuer les schémas découpés et la fiche-élèves à remplir.

Consigne : associez les schémas aux énoncés de problèmes qui correspondent et résolvez-les.

Mise en commun : Poser des questions du type : *Les problèmes sont-ils du même genre que les précédents de la phase 1 ?*

Institutionnalisation : Arriver à la conclusion que ce sont tous des problèmes d'ânes où il y a trois parties et un tout et où on connaît 3 éléments et il faut trouver le quatrième (soit le tout, soit une partie).

Différenciation

Selon les performances des élèves, proposer de représenter plus ou moins de problèmes et/ou diminuer la taille des nombres.

Pour un atelier*, limiter le nombre de problèmes dans les phases 1 et 2 : par exemple, commencer par proposer les problèmes 1 et 2. Ne proposer qu'un ou deux problèmes aussi dans la phase 3 de réinvestissement.

Pour un atelier**, faire tous les problèmes des fiches-élèves si possible.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir au niveau :

- de la compréhension d'un schéma d'« âne » à 3 paniers,
- de l'utilisation du schéma pour calculer,
- des écritures mathématiques.

Ce que l'élève doit savoir faire

- Changer de registre : problème sous forme de texte, ou sous forme de schéma ou encore sous forme d'écriture mathématique.
- Faire un calcul additif dans une égalité mettant en jeu 4 nombres dont 3 nombres sont connus.

Rôle de l'enseignant

Laisser la parole aux élèves : dans les groupes comme dans le débat collectif pour laisser émerger les différentes conceptions et propositions.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.