

CE1-ACP17-mixte5 –reconnaitre l'équivalence de certaines écritures dans les problèmes additifs (transformations et compositions)

Guide pédagogique

Objectifs

- Identifier la structure d'un problème additif (transformation et composition).
- Associer des écritures soustractives à certains problèmes.

Compétences langagières : passer d'un système verbal oral à un schéma et à une écriture mathématique.

Compétences numériques : Réinvestir les écritures additives et soustractives précédentes. Utiliser les écritures soustractives pour le cas de la recherche d'un état initial dans une transformation positive.

Eclairage didactique pour l'enseignant

Dans cet ACP, on étend l'apprentissage d'écritures soustractives plus particulièrement aux situations de transformation positive avec recherche de l'état initial (cas 7 dans le tableau récapitulatif du module 3).

Cet ACP est le dernier du module où l'on rapproche les problèmes additifs de compositions et de transformations. Tous les différents types de situations auront été étudiées à l'exception de la recherche de l'état initial dans les transformations négatives dont l'apprentissage sera effectué en CE2.

On doit toujours prendre en compte :

- La lecture des énoncés de problèmes : les élèves à ce stade de l'apprentissage de la lecture ne sont pas tous encore assez habiles pour lire et comprendre l'énoncé oral. Par contre, ils vont être conduits à prendre des indices dans le texte lu par l'enseignant pour retrouver l'énoncé correspondant.
- Le choix des nombres : Les problèmes ont été choisis pour qu'il y ait des ambiguïtés possibles et que les enfants privilégient la structure (les relations entre les nombres) plutôt que les nombres eux-mêmes. Par exemple, 35 et 12 se retrouvent dans plusieurs problèmes différents.

Cet atelier continue de travailler sur la compréhension du rôle des mathématiques en tant que modèle : en effet, différents problèmes peuvent être représentés et résolus par une même opération arithmétique que ce soit une addition, une addition à « trou » ou une soustraction.

A ce stade, après avoir travaillé durant 4 ateliers (ACP14, ACP15, ACP16 et ACP17), les écritures mathématiques ont permis de traduire différents types de problèmes rencontrés au fur et à mesure dans ces ACP dits « mixtes » :

- La recherche du tout (cas 1) ou celle de l'état final d'un ajout (cas 2) → ACP 14 ▶ une addition.
- La recherche de l'état final d'un retrait (cas 3) → ACP15 ▶ une soustraction.
- La recherche du retrait dans une transformation négative donc on connaît les états initiaux et finaux (cas 4) → ACP15 ▶ une soustraction à « trou ».
- La recherche d'une partie (cas 5) → ACP16 ▶ une addition à trou ou une soustraction.
- La recherche de l'ajout dans une transformation positive donc on connaît les états initiaux et finaux (cas 6) → ACP16 ▶ une addition à trou ou une soustraction.
- La recherche de l'état initial dans une transformation positive (cas 7) → ACP17 ▶ une addition à trou ou une soustraction. Cette dernière situation est souvent plus difficile à faire correspondre à une soustraction dans l'esprit des élèves puisqu'il s'agit d'un ajout ou d'un gain.

Dans le module 4, on étudiera les comparaisons qui seront aussi, pour certaines, traduites par des soustractions.

Il est intéressant de noter qu'il y a plus de problèmes dits « additifs », qui se résolvent par une soustraction (ou addition à « trou ») que de ceux qui se résolvent par une addition, même s'il est question de gains.

Matériel par élève

- Les matériels « ânes » et « camions » pour ceux qui en ont encore besoin. Des schémas vides sur feuille plastifiée.
- Fiche-élèves : feuille de recherche plastifiée (comme une ardoise) à compléter.
- Les textes de problèmes en grand pour les afficher au tableau.

Déroulement : Les élèves sont par binômes.

Phase 1 - compléter des schémas et produire des écritures mathématiques

L'enseignant va lire successivement à la classe, des problèmes additifs, soit de transformation, soit de composition, un à un. Après chaque lecture (lire deux fois le problème), il demande aux binômes de trouver sur sa fiche-ardoise : le schéma qui lui correspond et de le compléter.

Comme dans l'ACP15, il y a l'aspect ludique : chaque binôme reçoit 3 points au départ (3 ronds) qu'il va essayer d'augmenter en découvrant la structure correcte.

Pour la mise en commun, garder une trace au tableau des problèmes résolus pas à pas.

Mise en commun

- **Premier débat possible : le choix du schéma (identification de la structure)**

Le choix des élèves est discuté avec la classe, en s'appuyant sur les indices du problème : « *Comment savez-vous que ce problème est un problème de camion (ou d'âne) ?* » « *Qu'est-ce qui vous a aidé dans l'énoncé ?* » « *Où sont les parties et le tout ?* », « *Où est le début ? où est la fin ? où est l'événement (la transformation) ?* »

Le lexique utilisé peut servir d'indice : « *Qu'est-ce que l'on cherche dans ce problème ?* » « *Comment traduire l'énoncé avec une écriture mathématique ?* »

Insister sur les mots :

- *au début, il y avait... , puis on ... et à la fin, il y a...* (pour les problèmes de transformation),
- *une partie, c'est ..., une autre partie, c'est..., en tout, c'est ...* (pour les problèmes de composition).

- **Deuxième débat possible : les écritures mathématiques**

Distinguer les écritures qui traduisent le problème et celles qui donnent le résultat. Inviter les élèves à reconnaître l'équivalence entre des écritures additives et soustractives et des écritures additives équivalentes grâce à la commutativité de l'addition.

Par exemple : si on traduit le problème par :

$$? + 12 = 35$$

Ecrire les réponses sous la forme :

$$? = 23 \text{ car } \boxed{23} + 12 = 35 \text{ ou } 12 + \boxed{23} = 35 \text{ ou } 35 - 12 = \boxed{23}.$$

- **Troisième débat possible : la phrase qui répond à la question du problème**

Cette phase du travail doit permettre de voir si les élèves font bien le lien entre le calcul effectué de façon abstraite à partir du schéma et l'énoncé du problème lui-même dans son aspect concret.

Phase 2 - inventer un problème à partir d'une soustraction

Avec leurs ardoises, les binômes doivent inventer un énoncé de problème qui s'écrit en mathématiques par exemple par $20 - 14 = ?$ Ils peuvent utiliser un schéma vide et le compléter.

Face à une écriture soustractive, à ce stade, les élèves ont le choix entre plusieurs types de problèmes différents (essayer de les inciter à les énoncer et les identifier).

Mise en commun

L'enseignant demande à un ou deux binômes de venir au tableau proposer son énoncé. On débat de la validité de cet énoncé. Ici encore, il sera intéressant et fondamental de faire remarquer aux élèves qu'une même écriture mathématique représente des problèmes différents et que nombreux sont ceux qui se résolvent à l'aide d'une soustraction.

Bien insister sur le fait que les mots peuvent induire une structure mais certainement pas l'opération mathématique directement : s'appuyer sur la nouvelle situation introduite dans cet atelier, d'une situation d'ajout dont on recherche l'état initial.

Différenciation :

Selon les performances des élèves, proposer plus ou moins de problèmes, varier la taille des nombres.

Pour un atelier *, dans la phase 1, se limiter à 3 ou 4 problèmes de la fiche-élèves pour avoir le temps de faire la phase 2.

Pour un atelier **, proposer tous les problèmes de la fiche-élèves et inventer plusieurs problèmes en phase 2.

Les difficultés à anticiper dans la mise en œuvre de l'atelier

Des obstacles peuvent survenir au niveau :

- De la distinction entre les deux types de problèmes (de composition ou de transformation),
- Donc de la distinction entre les deux types de schémas.
- De la compréhension du lien entre les schémas et les écritures mathématiques.
- De l'équivalence entre les écritures additives et les écritures soustractives.

Ce que l'élève doit savoir faire

- Différencier un problème selon le type (camion-âne).
- Savoir changer de registre (problème en texte, problème sous forme de schéma).
- Savoir l'écrire en mathématiques.
- Utiliser l'équivalence entre des écritures additives et soustractives.

Accompagnement de l'enseignant

Laisser la parole aux élèves : dans les groupes comme dans le débat collectif pour laisser émerger les différentes conceptions et propositions. Mettre en évidence les différents types de problèmes, leurs structures et leurs écritures.

Prolongements de la séance

Il est vivement conseillé de proposer systématiquement chaque jour au moins 2 problèmes à résoudre pour que les élèves puissent réinvestir ce qu'ils ont abordé en ACP et s'entraîner.